① $(a-b)^2+2a(a+b)-b^2 = a^2+\cancel{b^2}-\cancel{2ab}+2a^2+\cancel{2ab}-\cancel{b^2} = \underline{\underline{3a^2}}$

② Hvis vektorerne er ortogonale er $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \begin{pmatrix}2\\t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix} = -6+4t=0 \Leftrightarrow t=\frac{6}{4} \Leftrightarrow \underline{\underline{t=\frac{3}{2}}}$$

③
$$x^2-2x+y^2+6y+z^2+2z+2=0$$
$$\Updownarrow$$
$$(x-1)^2-1+(y+3)^2-9+(z+1)^2-1+2=0$$
$$\Updownarrow$$
$$(x-1)^2+(y+3)^2+(z+1)^2=9$$

Heraf aflæs kuglens centrum : $\underline{C(1,-3,-1)}$

og radius $\underline{r=3}$

④ Eksponentiel funktion :

$$a = \sqrt[x_2-x_1]{\frac{y_2}{y_1}} = \sqrt[6-3]{\frac{8}{1}} = \sqrt[3]{8} = \underline{\underline{2}}$$

$$b = \frac{y}{a^x} = \frac{1}{2^3} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

⑤ Skæringspunkter med x-aksen dvs. hvor $y=0$:

$$x^2-2x-8=0$$
$$d=b^2-4ac = (-2)^2-4\cdot1\cdot(-8) = 4+32 = 36$$
$$x = \frac{-b\pm\sqrt{d}}{2a} = \frac{-(-2)\pm6}{2} = \begin{cases}4\\-2\end{cases}$$

Dvs. koordinatsættene til skæringspunkterne med førsteaksen er $(x,y)=\underline{\underline{(4,0)}}$

og $(x,y)=\underline{\underline{(-2,0)}}$

⑥

$$V = x\cdot x\cdot h = 9 \Leftrightarrow \underline{h=\frac{9}{x^2}}$$

Indhegningens samlede areal (uden husmure):

$A = 2\cdot x\cdot h + x\cdot x = 2xh+x^2$. $h=\frac{9}{x^2}$ indsættes :

$$A = 2\cdot x\cdot\left(\frac{9}{x^2}\right)+x^2 = \underline{\frac{18}{x}+x^2}$$

Opgave 7

a)

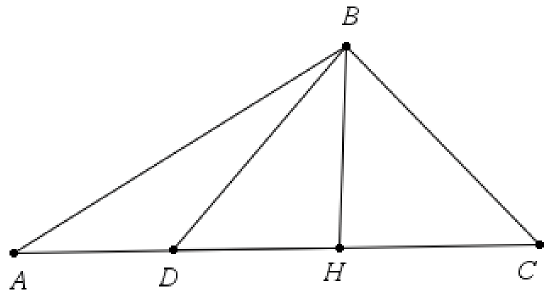
$|BC|=a=\sqrt{7^2+10^2-2\cdot 7\cdot 10\cdot \cos(30)}$ ▸ $a=\sqrt{149-70\cdot\sqrt{3}}$ = 5.26844

b)

For at kunne beregne arealet i ΔABD skal højden og grundlinjen bestemmes. Højden h fra B på grundlinjen AD beregnes:

1 cm

SKITSE:



$\text{solve}\left(\sin(30)=\frac{h}{7},h\right)$ ▸ $h=\frac{7}{2}$ = 3.5

Som vej til at kunne bestemme grundlinjen $|AD|$ i ΔABD skal vinkel C bestemmes for bagefter at kunne bestemme linjestykket $|DC|$:

$C=\cos^{-1}\left(\frac{10^2+\left(\sqrt{149-70\cdot\sqrt{3}}\right)^2-7^2}{2\cdot 10\cdot\sqrt{149-70\cdot\sqrt{3}}}\right)$ ▸ 41.6312 grader

ΔDBC er en ligebenet trekant, da $|BD|=|BC|$. Derfor halveres grundlinjen $|DC|$. $|HC|$ bestemmes:

$|HC|=\text{solve}\left(\cos(41.6312)=\frac{hc}{\sqrt{149-70\cdot\sqrt{3}}},hc\right)$ ▸ $hc=3.93782$

Dvs. $|AD|=10-2\cdot 3.93782$ ▸ 2.12436

Arealet, A, af ΔABD: A=$0.5\cdot 3.5\cdot 2.12436$ ▸ 3.71763 = **3,72**

Opgave 8

a)

Ved hjælp af potensregression fås:

a = **stat.b** ▸ 0.76693

b = **stat.a** ▸ 0.003596

b)

f1(45) ▸ 0.066631

Dvs. kraftpåvirkningen i korsbåndet, når knæet bøjes med en vinkel på 45 grader er 0.066631 *grader*

c)

For potensfunktion gælder sammenhængen

$Fy=Fx^a$ og hvis vinklen øges med 30 prodent er fremskrivningsfaktoren Fx= 1,30. Dvs.

$Fy=(1.3)^{\textbf{stat.b}}$ ▸ 1.22289

Heraf fås at når vinklen øges med 30% så øges kraftpåvirkningen med **ca. 22 procent**

	A vinkel	B kraft	C	D
◆				=PowerRe
1	20	0.035	Titel	Potensre...
2	40	0.063	RegEqn...	a*x^b
3	60	0.085	a	0.003596
4	80	0.1	b	0.76693
5			r²	0.994664
6			r	0.997328
7			Resid	{-7.7467...
8			ResidTr...	{-0.0218...
9				
10				
11				
12				
13				
14				

Opgave 9

a)

For at kunne bestemme en ligning for planen α, der indeholder tagfladen ABT, skal denne plans normalvektor bestemmes. Først bestemmes og defineres vektorerne vektor AT og vektor AB.

$\mathbf{v\_at}:=[0-400 \quad 0-0 \quad 520-200] \blacktriangleright [-400 \quad 0 \quad 320]$

$\mathbf{v\_ab}:=[280-400 \quad 280-0 \quad 200-200] \blacktriangleright [-120 \quad 280 \quad 0]$

Normalvektoren bestemmes: $\text{normalvektor}_\alpha = \text{crossP}(\mathbf{v\_at},\mathbf{v\_ab}) \blacktriangleright [-89600 \quad -38400 \quad -112000]$

Det er uhensigtsmæssigt store tal, men med kommandoen gcd (greatest common divisor) kan den største fælles divisor bestemmes – desværre kun med to tal ad gangen:

$\text{gcd}(89600,38400) \blacktriangleright 12800$ og $\text{gcd}(112000,12800) \blacktriangleright 3200$. Dvs den største fælles divisor er 3200 og normalvektoren omskrives til: $\text{normalvektor}_\alpha = [-28,-12, -35]$ idet

$\frac{-89600}{3200} \blacktriangleright -28 \qquad \frac{-38400}{3200} \blacktriangleright -12 \qquad \frac{-112000}{3200} \blacktriangleright -35.$

Nu kan planens ligning opskrives ud fra punktet T og normalvektoren:

$-28\cdot(x-0)-12\cdot(y-0)-35\cdot(z-520)=0 \blacktriangleright -28\cdot x-12\cdot y-35\cdot(z-520)=0$

$\text{expand}(-28\cdot x-12\cdot y-35\cdot(z-520)) \blacktriangleright -28\cdot x-12\cdot y-35\cdot z+18200$

Heraf fås ligningen for planen $-28\cdot x-12\cdot y-35\cdot z = -18200$

b)

Afstand fra O til planen β ønske beregnet.

$$\text{dist}(O,\beta)=\frac{12\cdot 0+28\cdot 0+35\cdot 0-18200}{\sqrt{12^2+28^2+35^2}} \blacktriangleright -392.238$$

Når man tager den numeriske værdi fås at afstanden fra O til β til $\text{dist}(O,\beta) = 392{,}2$

c)

Problemet løses ved at bestemme vinklen mellem de to normalvektorer til de to plan

$\mathbf{v\_normal\alpha}:=[-28 \quad -12 \quad -35] \blacktriangleright [-28 \quad -12 \quad -35]$ og $\mathbf{v\_normal\beta}:=[12 \quad 28 \quad 35] \blacktriangleright [12 \quad 28 \quad 35]$

$$v=\cos^{-1}\left(\frac{\text{dotP}(\mathbf{v\_normal\alpha},\mathbf{v\_normal\beta})}{\text{norm}(\mathbf{v\_normal\alpha})\cdot\text{norm}(\mathbf{v\_normal\beta})}\right) \blacktriangleright 151.775$$

Heraf fås, at vinklen med tagfladerne ABT og BCT er $v=151.8$ grader

Opgave 10

$f(x):=x^2-50\cdot\ln(x)|x>0$ ▸ *Udført*

a)

$\text{tangentLine}(f(x),x,3)$ ▸ $\frac{-32\cdot x}{3}-50\cdot\ln(3)+41$

Heraf fås, at tangentlinjens ligning fås til $y=\frac{-32\cdot x}{3}-50\cdot\ln(3)+41$

b)

Monotoniforholdene bestemmes ved beregning af $f'(x)=0$:

$fm(x):=\frac{d}{dx}(f(x))$ ▸ *Udført* $fm(x)$ ▸ $\begin{cases}2\cdot x-\frac{50}{x}, x>0\end{cases}$

$\text{solve}(fm(x)=0,x)$ ▸ $x=5$

Der er altså eventuelt minimum eller maksimum for $x=5$. Dette undersøges:

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 5 & 10 \\ f' & - & 0 & + \\ f & \textit{aftagende} & \textit{minimum} & \textit{voksende} \end{bmatrix}$$ (monotonitabel)

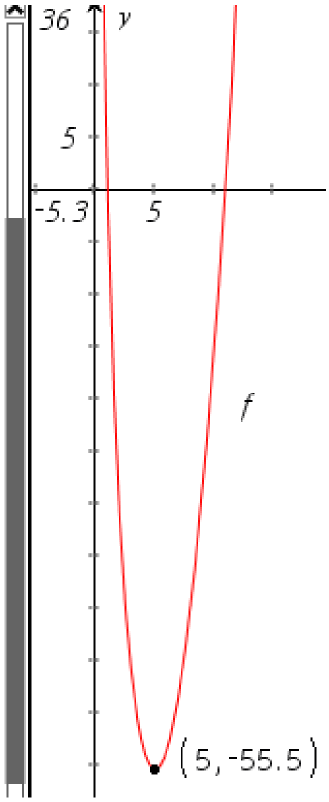
$fm(1)$ ▸ -48 og $fm(10)$ ▸ 15

Afmonotonitabellen ses, at grafen for f er:

aftagende i intervallet]0;5] og

voksende i intervallet [5;∞[og med

minimum for x=5



c)

Tangentlinjens ligning er på formen $y=a\cdot x+b$

og er ifølge formelsamlingen bestemt ved:

$y = fm(x0)(x-x0)+f(x0) \Leftrightarrow$

$y= fm(x0)\cdot x+(f(x0)-fm(x0)\cdot x0)$

Fra opgaven vides, at tangentlinjens ligning er

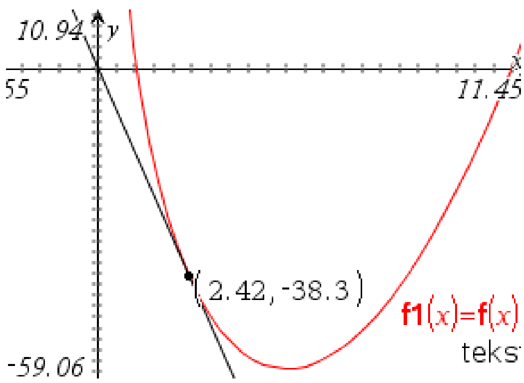
$y=fm(x0)\cdot x$ hvoraf det ses, at $b=f(x0)-fm(x0)\cdot x0=0$

Nu løses ligningen:

$\text{solve}(f(x0)-fm(x0)\cdot x0=0,x0)$ ▸ $x0=2.41824451383$

Det ses af figuren til højre, at for $x0=2.4182445$

skærer tangenten i $b=0$, som forventet.



Opgave 11

a)

En forskrift for $\mathbf{c}(t)$ bestemmes:

$\text{deSolve}(\mathbf{c}'=0.4-0.02\cdot\mathbf{c} \text{ and } \mathbf{c}(0)=0,t,\mathbf{c}) \blacktriangleright \mathbf{c}=20.-20.\cdot(0.980199)^t$

b)

Grafen for $\mathbf{c}(t):=20.-20.\cdot(0.980199)^t \blacktriangleright$ *Udført* er tegnet nedenfor.

$\text{solve}(\mathbf{c}(t)=10,t) \blacktriangleright t=34.6579$

Altså er koncentrationen af det forurenede stof i tønden 10 ppm til tidspunktet **t=34,66 minutter**

c)

$\mathbf{cm}(t):=\frac{d}{dt}(\mathbf{c}(t)) \blacktriangleright$ *Udført* $\quad \mathbf{cm}(15) \blacktriangleright 0.296324$

Efter netop 15 minutter øges koncentrationen af det forurenede stof i tønden med hastigheden **0,296 ppm per minut**.

Opgave 12

a)

$\mathbf{f}(x):=3\cdot x+\frac{1}{x}|x>0 \blacktriangleright$ *Udført*

For at arealet M kan bestemmes, skal skæringspunkter beregnes:

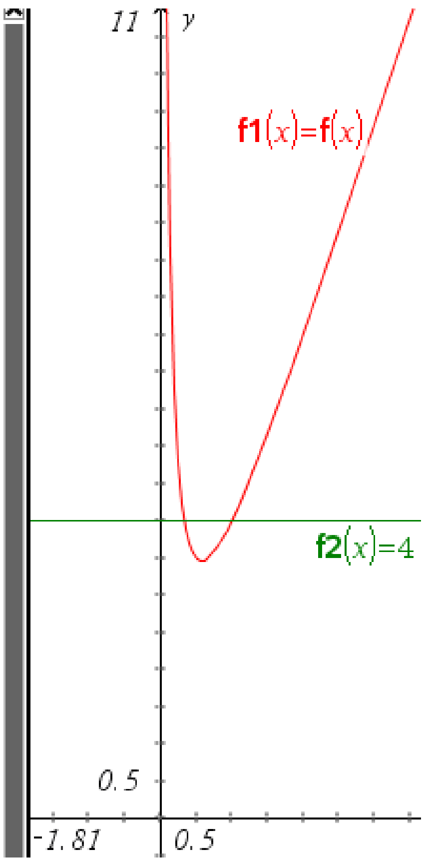
$\text{solve}(\mathbf{f}(x)=4,x) \blacktriangleright x=\frac{1}{3} \text{ or } x=1$

$$\int_{\frac{1}{3}}^{1}(4-\mathbf{f}(x))dx \blacktriangleright \frac{4}{3}-\ln(3)=0.235$$

b)

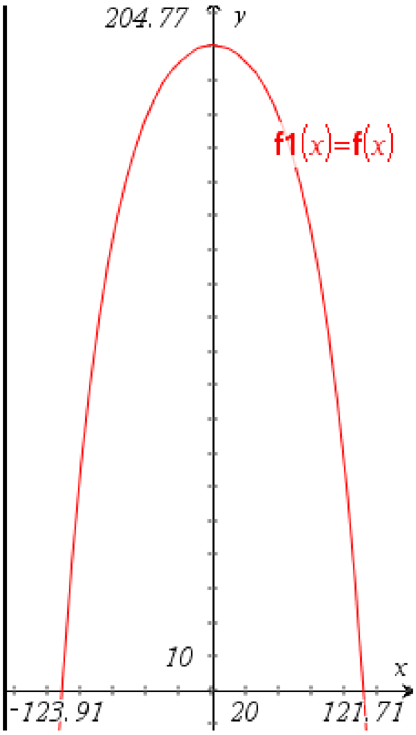
Rumfanget af omdrejningslegemet:

$$V=\pi\cdot\int_{\frac{1}{3}}^{1}4^2\,dx-\pi\cdot\int_{\frac{1}{3}}^{1}(\mathbf{f}(x))^2\,dx \blacktriangleright \frac{16\cdot\pi}{9}=5.59$$



Opgave 13

$f(x):=211.4885-10.4801\cdot\left(e^{0.0329\cdot x}+e^{-0.0329\cdot x}\right)$ ▸ *Udført*



a)

Buens bredde ved jordoverfladen bestemmes idet $y=0$:

$\text{solve}(f(x)=0,x)$ ▸ $x=-91.2531218737$ or $x=91.2531218737$

Bredden af buen ved jordoverfladen er $2\cdot 91.2531$ ▸ 182.51 meter.

b)

$fm(x):=\frac{d}{dx}(f(x))$ ▸ *Udført*

Buens længde: $l=\int_{-91.2531218737}^{91.2531218737}\sqrt{(fm(x))^2+1}\,dx$ ▸ 451.2555

Heraf ses, at buens længde er $l=$ **451,26 meter**

Opgave 14

a)

Tangentens hældningskoefficient $fm(x)$ er proportional med $f(x)$.

Der gælder altså: $fm(x)=0.17\cdot f(x)$

Hældningskoefficienten for tangenten til grafen for f i P(0,3) bestemmes:

$fm(0)=0.17\cdot f(0)=0.17\cdot 3$ ▸ 0.51

En differentialligning, der har f som løsning opstilles.

$\frac{dy}{dx}=0.17\cdot y$. Det oplyses at $f(0)=3$