① Arealet af parallelogrammet

$A = |\det(\vec{a},\vec{b})|$ $\det(\vec{a},\vec{b}) = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = 30-12=18$

Heraf ses at Arealet af det parallelogram, som $\vec{a}$ og $\vec{b}$ udspænder er $\underline{\underline{A=18}}$

② $f'(x) = 2\cdot 3x^2 - 2x + 3 = \underline{6x^2-2x+3}$

③ I 1975 var den gennemsnitlige årlige mælkeydelse per ko i Danmark $\underline{4783}$ kg.

Hvert år i perioden 1975–2008 steg den gennemsnitlige årlige mælkeydelse per ko i Danmark med $\underline{124}$ kg.

④ Tangentlinjens ligning bestemmes ($y=a\cdot x+b$)

$f'(1) = 2\cdot 1 + 1\cdot 3 = 5$. $P(1,3)$ indsættes i $y=a\cdot x+b$:

dvs. $3 = 5\cdot 1 + b \Leftrightarrow b=-2$

dvs. tangentlinjens ligning: $y\underline{=5\cdot x-2}$

⑤ $\int \frac{2x}{x^2+3}\,dx =$

$u = x^2+3$

$\frac{du}{dx} = 2x \Leftrightarrow dx = \frac{du}{2x}$

$\int \frac{\cancel{2x}}{u}\,\frac{du}{\cancel{2x}} = \int \frac{1}{u}\,du = \ln u$

dvs. $\int \frac{2x}{x^2+3}\,dx = \underline{\ln(x^2+3)}$

⑥ Kassens rumfang $V = x\cdot l\cdot h$

$V = x\cdot 2x\cdot(3-3x) = 2x^2(3-3x) = \underline{6x^2-6x^3}$

Opgave 7

a) Ved potensregression bestemmes a og b

a = **stat.b** ▸ 3.01581

b = **stat.a** ▸ 0.00001

b)

f1(87) ▸ 6.74287

Dvs. vægten af en 87 cm lang laks er **6.74 kg**

solve(**f1**(x)=2.56,x) ▸ x=63.1034

Dvs. længden af en 2.56 kg tung laks er **63 cm**

c)

For potensfunktioner gælder sammenhængen

$Fy=Fx^{a}$. Når laksens længde øges med 25% svarer det til en fremskrivningsfaktor $Fx=1.25$

Dvs. $Fy=(1.25)^{\textbf{stat.b}}$ ▸ 1.96003

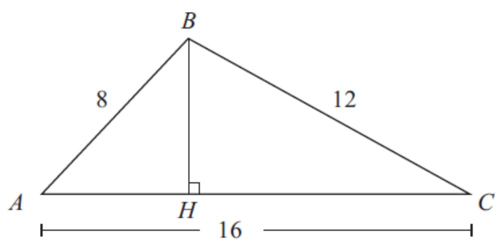
Omregnes fra fremskrivningsfaktor til procent $(1.96003-1)\cdot 100$ fås at:

når laksens længde øges med 25%, så øges laksens vægt med **96%**

	A længde	B vægt	C	D
◆				=PowerRe
1	50	1.29	Titel	Potensre...
2	60	2.19	RegEq...	a*x^b
3	70	3.47	a	0.00001
4	80	5.11	b	3.01581
5	90	7.45	r²	0.999697
6	100	10.36	r	0.999849
7	105	12.05	Resid	{0.02119...
8			ResidT...	{0.01657...
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				

C16

Opgave 8



Hvis man ofte regner fejl kunne man jo vælge at bruge wordmat - gratis på www.eduap.com.
Jeg regner dog selv i TI NSpire :-)
... og husk at CAS værktøj skal indstilles til grader.

a) Ved brug af cosinusrelationerne fås:

A= **vinkel_a**:=$\cos^{-1}\left(\frac{8^2+16^2-12^2}{2\cdot 8\cdot 16}\right)$ ▸ 46.5675 grader

b)

Højden **h**=$|BH|$ beregnes: **h**= **h**:=$8\cdot\sin($**vinkel_a**$)$ ▸ 5.80948

Grundlinjen i trekant ABH (linjestykket $|AH|$) beregnes: $|AH|$=**linje_ah**:=$8\cdot\cos($**vinkel_a**$)$ ▸ 5.5

Arealet af trekant ABH bestemmes: A=0.5·**h**·**linje_ah** ▸ 15.9761

Heraf ses, at Arealet af trekant ABH er ca. **15,98**

c)

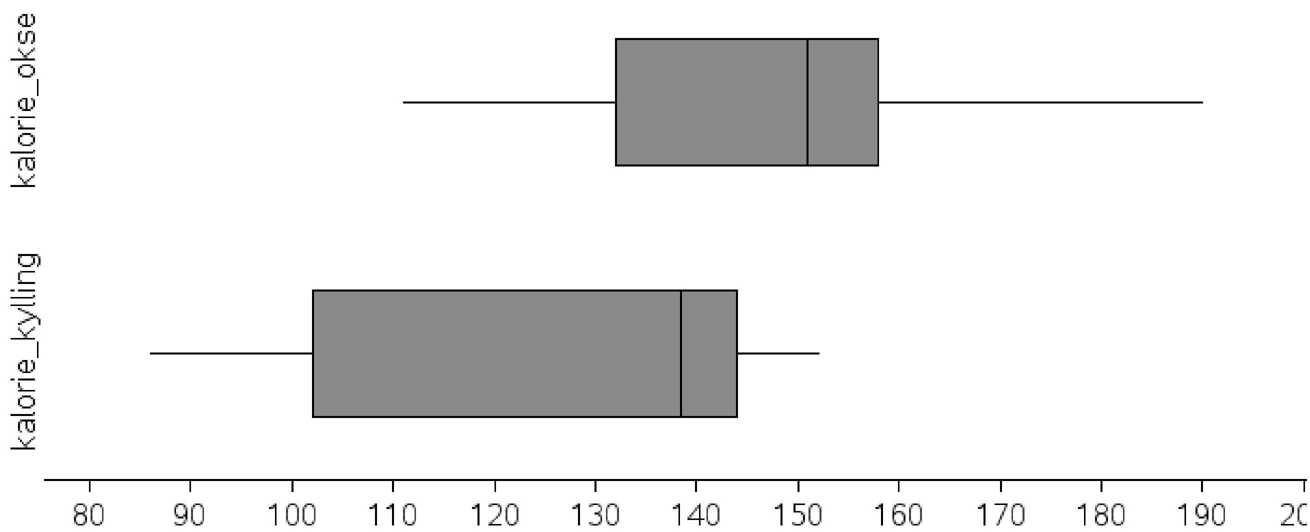
Højden i de to trekanter ABH og ABG er den samme, nemlig **h**, hvor $|AG|$ svarer til grundlinjen i trekant ABG. Da Arealet af trekant ABG er 20, løses blot ligningen:

solve(20=0.5·**h**·$linje\_ag$,$linje\_ag$) ▸ $linje\_ag=6.8853$ Heraf fås, at $|AG|$=**6,89**

Opgave 9 Boksplot

A kalorie_okse	B	C	D	E kalorie_kylling	F	G	H
		=OneVar('				=OneVar('	
111	Titel	Statistik ...		86	Titel	Statistik ...	
131	$\bar{x}$	151.4		94	$\bar{x}$	127.6	
132	Σx	1514.		102	Σx	1276.	
149	Σx²	234286.		132	Σx²	168054.	
149	sx := s_{n-1}x	23.7262		135	sx := s_{n-}...	24.121	
153	σx := $σ_n$x	22.5087		142	σx := $σ_n$...	22.8832	
157	n	10.		143	n	10.	
158	MinX	111.		144	MinX	86.	
184	Q_1X	132.		146	Q_1X	102.	
190	MedianX	151.		152	MedianX...	138.5	
	Q_3X	158.			Q_3X	144.	
	MaxX	190.			MaxX	152.	

1 ="Statistik med én variabel"



I dataark kan kvartilsættene for de to pølser aflæses og nedenfor ses boksplot.

Det ses, at kyllingepølserne er langt mere kaloriefattige end oksepølserne. Alle kyllingepølserne har maksimalt ca. 150 kalorier, mens kun godt halvdelen af oksepølserne kunne holde sig under 150 kalorier.

Opgave 10 Eksponentiel funktion

a)

Ved eksponentiel regression bestemmes forskriften for computerormes spredning til N(t)=$\mathbf{f1}(x)$ ▸ $91.2072\cdot(1.01891)^{x}$

hvor x er tiden x sekunder efter første detektion, og f1(x) er antallet af computere, der er inficeret efter x sekunder.

	A t	B antal_n	C	D	E
◆				=ExpReg('	
1	10	110	Titel	Ekspone...	
2	30	160	RegEqn	a*b^x	
3			a	91.2072	
4			b	1.01891	
5			r²	1.	
6			r	1.	
7			Resid	{1.4E-12...	
8			ResidTra...	{0.,0.}	
9					
10					
11					
12					
13					

b)

$\mathbf{f1}(5)$ ▸ 100.164

Altså er **ca. 100 computere** inficeret efter 5 sekunder.

Fordoblingstiden bestemmes:

$$T_2=\frac{\log_{10}(2)}{\log_{10}(\mathbf{stat.b})} \blacktriangleright 36.9981 \text{ sekunder}$$

Dvs for hver gang der går **ca. 37 sekunder**, så er antallet af inficerede computere fordoblet.

Opgave 11

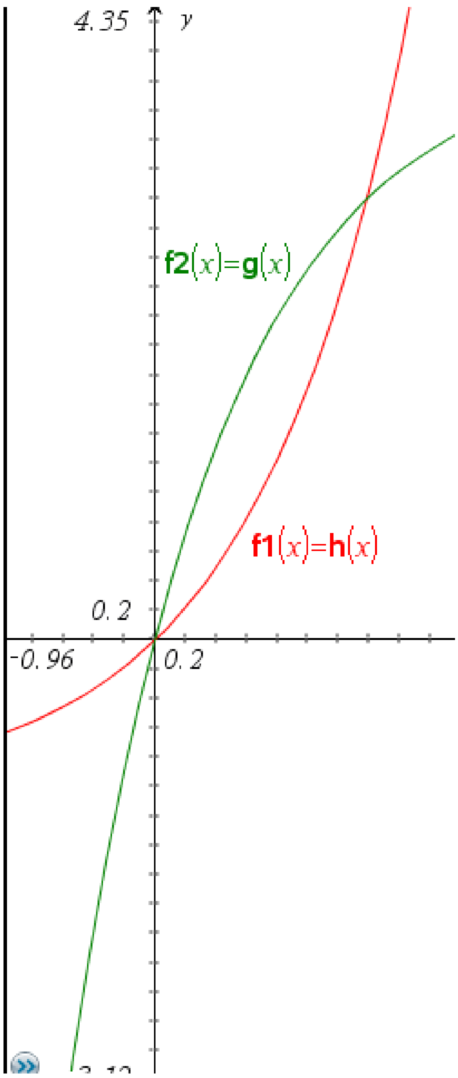
a)

$\mathbf{g}(x):=4\cdot\left(1-\mathbf{e}^{-x}\right)$ ▸ *Udført*

$\mathbf{h}(x):=\mathbf{e}^{x}-1$ ▸ *Udført*

Første koordinaten til hver af skæringspunkterne bestemmes:

$\text{solve}(\mathbf{g}(x)=\mathbf{h}(x),x)$ ▸ $x=0 \text{ or } x=2\cdot\ln(2)=1.38629$



b)

Arealet af M beregnes:

$$\int_0^{2\cdot\ln(2)} (\mathbf{g}(x)-\mathbf{h}(x))dx \blacktriangleright 2\cdot(5\cdot\ln(2)-3)= 0.931472$$

c)

$\mathbf{gm}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{g}(x))$ ▸ *Udført*

$\mathbf{gm}(x)$ ▸ $4\cdot e^{-x}$

Hvis **g** er voksende kræver det at **gm** altid er positiv.

Det viser sig at være tilfældet, for **gm** kan aldrig blive negativ, idet ligegyldigt hvilket tal man sætter man indsætter for x i $\mathbf{gm}(x)$ ▸ $4\cdot e^{-x} = 4\cdot\frac{1}{e^{x}}$, så får man et positivt tal.

Opgave 12

a)

Vektor CP bestemmes:

v_cp$:=\begin{bmatrix} 2-0 & -1-0 & 3-5 \end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

Længden af denne vektor CP angiver radius, da punktet P ligger på kuglen:

norm(**v_cp**) $\blacktriangleright 3$

Nu kan kuglens ligning opskrives:

$(x-0)^2+(y-0)^2+(z-5)^2=3^2 \blacktriangleright x^2+y^2+(z-5)^2=9$

Kuglens tangentplan i P opskrives, idet vektor CP et denne plans normalvektor:

$2\cdot(x-2)-(y+1)-2\cdot(z-3)=0 \blacktriangleright 2\cdot x-y-2\cdot z+1=0$

b)

ligning_α$:=3\cdot x+6\cdot y-6\cdot z+3=0 \blacktriangleright 3\cdot x+6\cdot y-6\cdot z+3=0$

Normalvektoren for α er angivet ved ligningen ovenfor som vektor $n_\alpha=\begin{bmatrix} 3 & 6 & -6 \end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix} 3 & 6 & -6 \end{bmatrix}$

Denne normalvektor kan stå vinkelret på α hvor som helst, men hvis vi finder parameterfremstillingen for linjen repræsenteret ved normalvektoren og kuglens centrum, så må punktet Q findes ved at finde skæringen mellem denne linje og α.

Linjens parameterfremstilling $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}+t\cdot\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix} x=3\cdot t \\ y=6\cdot t \\ z=5-6\cdot t \end{bmatrix}$ fundet ud fra Punktet C og vektor n_α

Skæringspunktet findes ved indsættelse i ligningen for α … eller lidt nemmere på CAS:

parameter_linje$:=x=3\cdot t$ and $y=6\cdot t$ and $z=5-6\cdot t \blacktriangleright x=3\cdot t$ and $y=6\cdot t$ and $z=5-6\cdot t$

solve(**ligning_α** and **parameter_linje**,t,x,y,z) $\blacktriangleright t=\frac{1}{3}$ and $x=1$ and $y=2$ and $z=3$

Heraf fås at røringspunktet mellem kuglen og α er givet ved **Q(1,2,3)**

Som en lille kontrol til at man har fundet det rigtige skæringspunkt kan man jo lige på kladdepapiret bagefterberegne radius – altså afstanden mellem C og Q:

Vektor CQ= **vektor_kontrol**$:=\begin{bmatrix} 1-0 & 2-0 & 3-5 \end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

norm(**vektor_kontrol**) $\blacktriangleright 3$

Opgave 13

a) Væksthastigheden $\frac{dn}{dt}$ til t=10 bestemmes ved indsættelse:

$\frac{dn}{dt}=0.82\cdot(0.88)^{10}\cdot 266 \blacktriangleright \frac{dn}{dt}=60.7466$

Dvs. væksthastigheden netop efter 10 døgn er **60,7 mio. celler per døgn.**

b)

$\text{deSolve}\left(y'=0.82\cdot(0.88)^{t}\cdot y \text{ and } y(10)=266,t,y\right) \blacktriangleright y=1587.58\cdot(0.001637)^{(0.88)^{t}}$

hvor t er tidspunktet målt i døgn og y er antallet af kræftceller målt i mio.

Opgave 14

Her kan det være en fordel at regne eksakt og ikke tilnærmet

a)

Det antages at x>0 og y>0. Symønstrets omkreds udtrykt ved x og y:

$O=2\cdot x+2\cdot y+0.5\cdot 2\cdot\pi\cdot x \blacktriangleright (\pi+2)\cdot x+2\cdot y = 5.14159\cdot x+2.\cdot y$

Dvs. $\mathbf{O(x,y)}=(\pi+2)\cdot x+2\cdot y$

b)

Symønstrets areal som funktion af x, når O=100 ønskes bestemt.

Først udtrykkes y som funktion af x: $\text{solve}(2\cdot x+2\cdot y+0.5\cdot 2\cdot\pi\cdot x=100,y) \blacktriangleright y=\frac{-((\pi+2)\cdot x-100)}{2}$

Herefter kan A bestemmes ved indsættelse af udtrykket for y:

$A= 2\cdot x\cdot y-0.5\cdot\pi\cdot x^{2} = 2\cdot x\cdot\frac{-((\pi+2)\cdot x-100)}{2}-0.5\cdot\pi\cdot x^{2} \blacktriangleright \frac{-x\cdot((3\cdot\pi+4)\cdot x-200)}{2} = -6.71239\cdot x\cdot(x-14.8978)$

Dvs. $\mathbf{A(x)}=\frac{-x\cdot((3\cdot\pi+4)\cdot x-200)}{2}$

c)

Arealet ønskes størst muligt. Optimum finden ved at bestemme A'(0)=0

$\mathbf{a}(x):=\frac{-x\cdot((3\cdot\pi+4)\cdot x-200)}{2} \blacktriangleright \textit{Udført} \qquad \mathbf{am}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{a}(x)) \blacktriangleright \textit{Udført}$

$\text{solve}(\mathbf{am}(x)=0,x) \blacktriangleright x=\frac{100}{3\cdot\pi+4} = 7.44891$.

I denne værdi for x er der muligvis maksimum. Dette undersøges nærmere.

$$\begin{bmatrix} x & 2 & \frac{100}{3\cdot\pi+4} & 10 \\ \mathbf{am} & + & 0 & - \\ \mathbf{a} & \textit{voksende} & \textit{maksimum} & \textit{aftagende} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{am}(2) \blacktriangleright 73.1504$

$\mathbf{am}(10) \blacktriangleright -34.2478$

Dvs. hvis omkredsen er 100 cm, da er arealet størst muligt for x=**7,45 cm**