① Løs $x^2+x-12=0$. Andengradsligning.

$d=b^2-4ac=1^2-4\cdot1\cdot(-12)=1+48=49$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{d}}{2a}=\frac{-1\pm7}{2}=\begin{cases}3\\-4\end{cases}$

Dvs. for $\underline{x=3}$ og $\underline{x=-4}$ gælder $x^2+x-12=0$.

② Ortogonale vektorer betyder at $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$:

$$\binom{2}{t+1}\cdot\binom{t-1}{3}=2(t-1)+(t+1)3=2t-2+3t+3=5t+1$$

dvs. $5t+1=0 \Leftrightarrow t=\underline{\underline{\frac{-1}{5}}}$

③ Til tidspunktet $t=0$ var der $\underline{23}$ fluer.

Hvert døgn vokser antallet af fluer med $\underline{38{,}6\,\%}$

$(1{,}386-1)\cdot100\%$

④ $f(x)=e^x-x-1 \qquad f'(x)=e^x-1$

Undersøgelse om f er en løsning (ved indsættelse):

$$e^x-1 \overset{?}{=} (e^x-x-1)+x$$
$$\Updownarrow$$
$$e^x-1=e^x-1$$

Da ligningen er sand er $f(x)$ en løsning.

⑤ $f(x)=2x+\frac{1}{x} \quad , x>0.$

$F(x)=\int 2x+\frac{1}{x}\,dx = x^2+\ln x+k$

$F(1)=1^2+\ln1+k=3$

$\Leftrightarrow 1+0+k=3 \Leftrightarrow k=2$ dvs. $F(x)=\underline{x^2+\ln x+2}$

⑥

x	-3	-2	0	3	4	5	6
f'	−	0	+	0	−	0	+

Af monotonitabellen fås at grafen for f er:

aftagende i intervallerne $[-3;-2]$ og $[3;5]$ og

voksende i intervallerne $[-2;3]$ og $[5;6]$

med lokalt minimum for $x=-2$ og $x=5$ og

med lokalt maksimum for $x=3$.

Opgave 7

a)

Ved potensregression bestemmes a og b:

a =**stat.b** ▸ -1.15357

b = **stat.a** ▸ 46.0955

b)

solve(**f1**(x)=15,x) ▸ x=2.64642

Heraf fås, at når det gennemsnitlige antal fald er 15, så er faldhøjden 2.64642 meter.

c)

For potensfunktioner gælder

sammenhængen $Fy=Fx^{a}$ Da faldhøjden øges med 50% fås Fx=1,50.

Dvs. $Fy = (1.5)^{\mathbf{stat.b}}$ ▸ 0.62642

Fy omregnes til procent:

$(0.62642-1)\cdot 100$ ▸ -37.358

Dvs. når faldhøjden øges med 50% fås, at det gennemsnitlige antal fald ændres med ca. −37%.

	A faldhøj...	B antal_f...	C	D
◆				=PowerRe
1	1.7	42	Titel	Potensre...
2	2	21	RegEqn	a*x^b
3	2.9	10.3	a	46.0955
4	4.1	6.8	b	-1.15357
5	5.6	5.1	r^2	0.89655
6	6.3	4.8	r	-0.946863
7	7	4.4	Resid	{17.0069...
8	8	4.1	ResidTra...	{0.51907...
9	10	3.7		
10	13.9	3.2		
11				
12				
13				
14				
15				
16				

A1 1.7

Opgave 8

	A interval	B antal	C ende	D freq	E kum
◆				=antal/89*100.	=cumulativesum(freq)
1	0–10	10	10	11.236	11.236
2	10–20	23	20	25.8427	37.0787
3	20–30	16	30	17.9775	55.0562
4	30–40	21	40	23.5955	78.6517
5	40–50	10	50	11.236	89.8876
6	50–60	9	60	10.1124	100.

E

Det samlede antal kunder er 89.

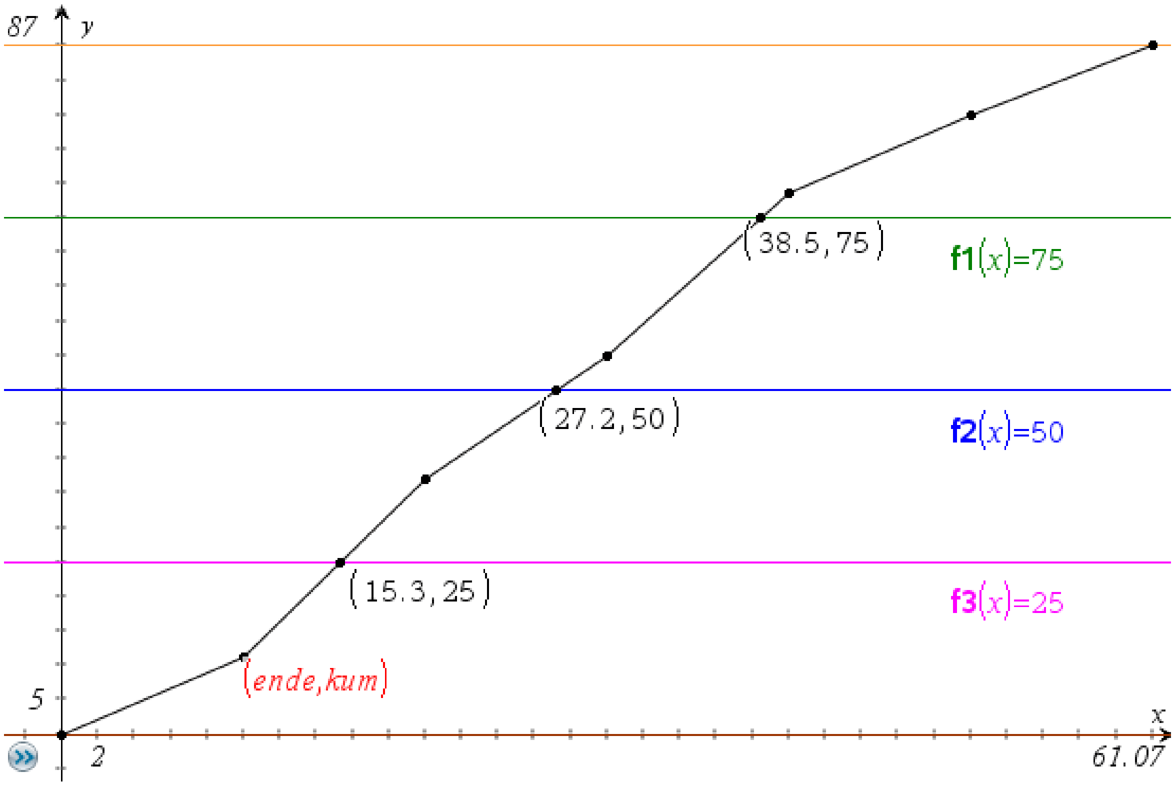
Nedenfor er tegnet en sumkurve hvoraf kvartilsættet aflæses til

Nedre kvartil: 15,3

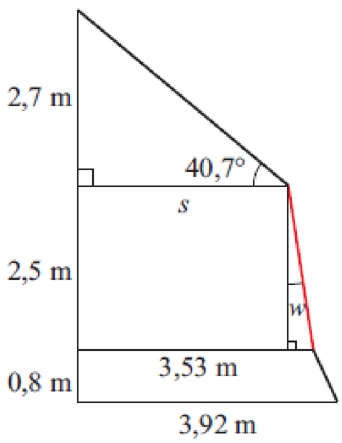
Median: 27,2

Øvre kvartil: 38,5

Sumkurve:



Opgave 9 Fiskerhus



Husk altid at sætte jeres CAS værktøj til at regne i grader (ofte i "Modes" eller "Indstillinger").

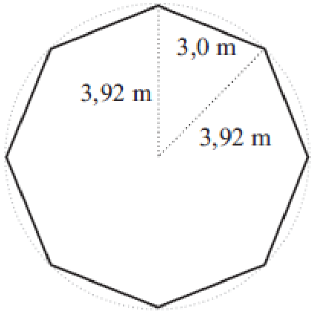
Husk også altid og lave en skitse i jeres aflevering – gerne håndtegnet eller kopier og sæt ind :-)

Vær opmærksom på at tegningen i opgaven på ingen måde er målfast :-(

a) Længden af linjestykket s beregnes: $s=\frac{2.7}{\tan(40.7)}$ ▸ $s=3.13904$

Vinkel w bestemmes, idet den modstående side fra vinkel w beregnes som:

$3.53-s$ = $3.53-3.13904$ ▸ 0.39096 . Heraf fås $w=\tan^{-1}\left(\frac{0.39096}{2.5}\right)$ ▸ $w=8.88815$



b)

Arealet består af 8 lige store trekanter, og trekanterne er ligebenet, idet to af sidelængderne er 3,92 m. Det betyder, at grundlinjen på 3 m halveres når højden tegnes.

Vha. Pythagoras fås: $\text{solve}\left((3.92)^2=(1.5)^2+h^2,h\right) \blacktriangleright h=-3.62166 \text{ or } h=3.62166$

og da $h\geq 0$ fås $h=3.62166$.

Det samlede areal a bestemmes som: $a=8\cdot 0.5\cdot h\cdot G \Leftrightarrow a=8\cdot 0.5\cdot 3.62166\cdot 3. \blacktriangleright a=43.4599$

Opgave 10 Pyramide

a)
Afstanden fra T til α bestemmes ved formlen:

$$dist(P,\alpha)=\frac{|a\cdot x_1+b\cdot y_1+c\cdot z_1+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

.

$$dist(p,\alpha)=\frac{0+0+3\cdot 20+20}{\left(1^2+0^2+3^2\right)^{0.5}} \blacktriangleright dist(p,\alpha)=25.2982$$

Heraf fås, at afstanden fra T til α er 25.2982 *meter*.

b)

Vinklen mellem α og sidefladen indeholdende T,D og C bestemmes ved at betragte problemet som at bestemme vinklen mellem to vektorer, nemlig α's normalvektor og normalvektoren til sidefladen TDC. Normalvektoren til α aflæses af planens ligning: **v_αnormal**$:=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}1 & 0 & 3\end{bmatrix}$

Normalvektoren til sidefladen TDC kan bestemmes som et krydsprodukt mellem vektorerne **v_ct**$:=\begin{bmatrix}0--20 & 0-20 & 20-0\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}20 & -20 & 20\end{bmatrix}$ og **v_dc**$:=\begin{bmatrix}-20--20 & 20--20 & 0-0\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}0 & 40 & 0\end{bmatrix}$

crossP(**v_ct**,**v_dc**) $\blacktriangleright \begin{bmatrix}-800 & 0 & 800\end{bmatrix}$, som også kan skrives **v_tdcnormal**$:=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\end{bmatrix}$

Vinklen v mellem de to normalvektorer beregnes:

$$v=\cos^{-1}\left(\frac{\text{dotP}(\textbf{v\_tdcnormal},\textbf{v\_αnormal})}{\text{norm}(\textbf{v\_tdcnormal})\cdot\text{norm}(\textbf{v\_αnormal})}\right) \blacktriangleright v=63.4349 \text{ grader}$$

Den spidse vinkel mellem α og sidefladen TDC er altså 63,4 grader, mens den stumpe vinkel mellem α og sidefladen TDC fås som $180-63.4349 \blacktriangleright 116.565$ grader.

c)

Linjens retningsvektor bestemmes $v\_tf=[20-0 \quad 20-0 \quad 0-20]$ ▸ $v\_tf=[20 \quad 20 \quad -20]$

Heraf fås parameterfremstillingen for linjen gennem T og F: $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \\ -20 \end{bmatrix}$

Det må gælde om punktet B, at punktet ligger i planen α, og at linjen gennem T og F skærer planen netop i punktet B. Dette skæringspunkt beregnes ved indsættelse i ligningen for planen α.

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \\ -20 \end{bmatrix}$ ▸ $\begin{bmatrix} x=20 \cdot t \\ y=20 \cdot t \\ z=20-20 \cdot t \end{bmatrix}$ indsættes i ligningen for planen α

$\text{solve}(20 \cdot t+3 \cdot (20-20 \cdot t)+20=0,t)$ ▸ $t=2$. Denne værdi indsættes i parameterfremstillingen for linjen: $\begin{bmatrix} x=20 \cdot 2 \\ y=20 \cdot 2 \\ z=20-20 \cdot 2 \end{bmatrix}$ ▸ $\begin{bmatrix} x=40 \\ y=40 \\ z=-20 \end{bmatrix}$

Altså fås koordinatsætte til B til **B(40,40,−20)**

Opgave 11

a)

$\mathbf{f}(x):=17-x^2$ ▸ *Udført*

$\mathbf{g}(x):=8$ ▸ *Udført*

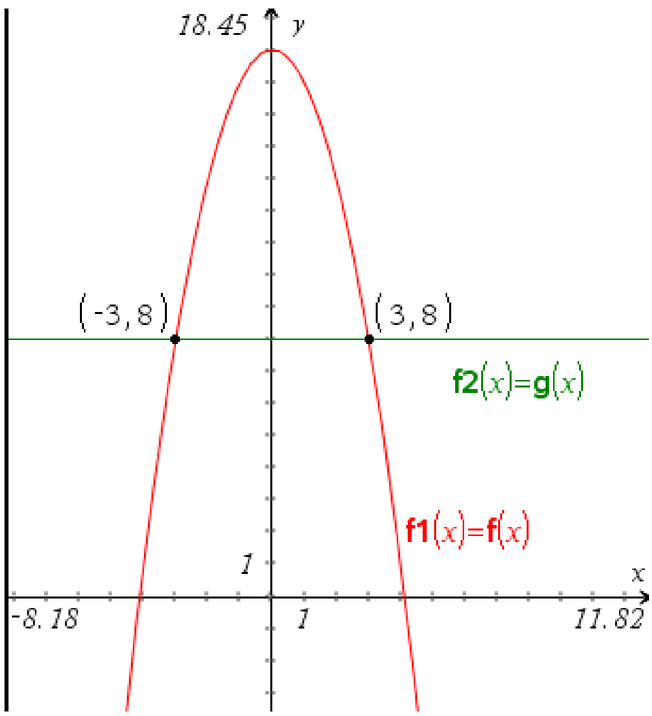
Arealet mellem de to grafer ønskes beregnet. Først bestemmes skæringen mellem de to grafer:

$\text{solve}(\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x),x)$ ▸ $x=-3$ or $x=3$

Arealet M bestemmes som et bestemt integral (den øverste graf minus den nederste graf):

$\int_{-3}^{3} (\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x))\,dx$ ▸ 36

Herved fås Arealet for M til **A=36**



b)

Omdrejningslegemet for M beregnes:

$$v=\pi\cdot\int_{-3}^{3}(\mathbf{f}(x))^2\,dx-\pi\cdot\int_{-3}^{3}(\mathbf{g}(x))^2\,dx \blacktriangleright v=\frac{4176\cdot\pi}{5} \quad v=2623.86$$

Opgave 12

Husk at sætte lommeregneren på Radian, da det er en trigonometrisk funktion.

$\mathbf{f}(t):=6.61\cdot\sin(0.0167\cdot t-1.303)+12.2|0\leq t\leq 365 \blacktriangleright$ *Udført*

hvor $\mathbf{f}(t)$ er længden af dage i timer og t er tidspunktet målt i døgn efter 1 jan 11.

a)

$\mathbf{f}(100) \blacktriangleright 14.5718$

Længden af dagen i Anchorage Alaska til tidspunktet $t=100$ er altså ca. **14,6 timer**

b)

Tidspunktet hvor dagslængden er størst ønskes bestemt.

Optimum for funktionen bestemmes ved beregning af $\mathbf{f}'(t)=0$:

$\mathbf{fm}(t):=\frac{d}{dt}(\mathbf{f}(t)) \blacktriangleright$ *Udført* $\quad \mathbf{fm}(t) \blacktriangleright \{0.110387\cdot\cos(0.0167\cdot t-1.303), 0.<t<365.$

$\text{solve}(\mathbf{fm}(t)=0,t) \blacktriangleright t=172.084 \text{ or } t=360.203.$

I disse to værdier for t kan der være maximum.

Monotonitabel opstilles for nærmere undersøgelse:

$$\begin{bmatrix} t & 10 & 172.084 & 200 & 360.203 & 364 \\ \mathbf{f}' & + & 0 & - & 0 & + \\ \mathbf{f} & \textit{voksende} & \textit{lok}\max & \textit{aftagende} & \textit{lok}\min & \textit{voksende} \end{bmatrix}$$

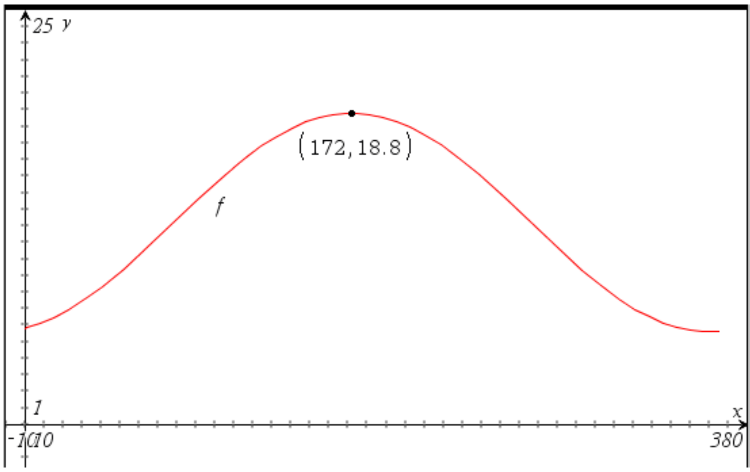
$\mathbf{fm}(10) \blacktriangleright 0.046498$

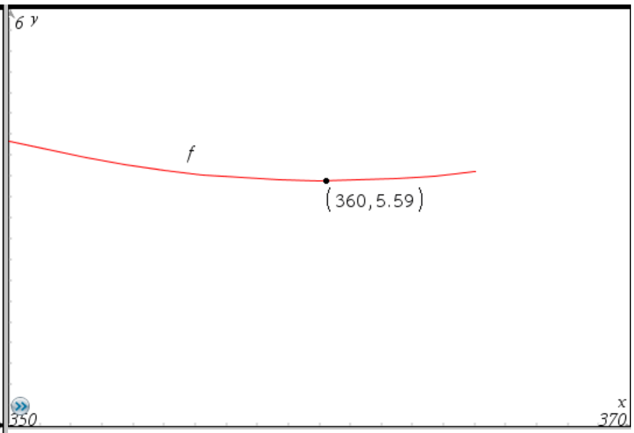
$\mathbf{fm}(200) \blacktriangleright -0.049619$

$\mathbf{fm}(364) \blacktriangleright 0.006995$

Dette bekræftes af grafen for f nedenfor, hvor figuren til højre viser et udsnit.

Dvs. at længden af dagen i Anchorage Alaske er størst **ca. 172 døgn efter 1. jan. 11**.





c)

$\mathbf{fm}(100) \blacktriangleright 0.103036$

Dette tal fortæller, at netop på dag nummer 100 efter 1. jan 11 er dagen i Anchorage Alaska tiltagende med 0.103036 timer/døgn hvilket er det samme som $0.103036 \cdot 60 \blacktriangleright 6.18216$ minutter/døgn.

Opgave 13

a)

Strømstyrkens væksthastighed i'(t) bestemmes når i(t)=0.3. Ved indsættelse fås:

$\text{solve}(0.4 \cdot \textit{væksthastighed} + 10 \cdot 0.3 = 9, \textit{væksthastighed}) \blacktriangleright \textit{væksthastighed} = 15.$

b)

Differentialligningen løses udfra begyndelsesbetingelserne:

$\text{deSolve}(0.4 \cdot i' + 10 \cdot i = 9 \text{ and } i(0) = 0, t, i) \blacktriangleright i = 0.9 - 0.9 \cdot e^{-25 \cdot t}$

Forskriften for I(t) fås altså til: $I(t) = 0.9 - 0.9 \cdot e^{-25 \cdot t}$

Opgave 14

$\mathbf{f}(x):=(x-3)^2$ ▸ *Udført*

a)

Tangentlinjens ligning i punktet $(1,\mathbf{f}(1))$ bestemmes: $\text{tangentLine}(\mathbf{f}(x),x,1)$ ▸ $8-4\cdot x$

b)

Skæringerne med akserne for $0\leq a<3$ ønskes bestemt udtrykt ved a.

Først bestemmes tangenlinjens ligning i punktet $\mathrm{P}(a,\mathbf{f}(a))$.

$\mathbf{fm}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{f}(x))$ ▸ *Udført* dvs. tangentlinjens ligning har forskriften:

$\mathbf{y}(x):=\mathbf{fm}(a)\cdot(x-a)+\mathbf{f}(a)$ ▸ *Udført*

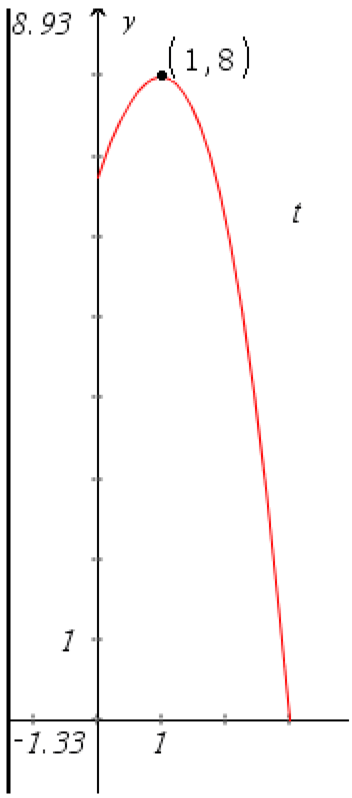
x−koordinatne til skæringen med x−aksen bestemmes idet $\mathbf{y}(x)=0$:

$\text{solve}(\mathbf{y}(x)=0,x)$ ▸ $x=\frac{a+3}{2}$ or $a=3$, men da $0\leq a<3$ fås skæringspunktet $\mathrm{R}(\frac{a+3}{2},0)$

y−koordinaten til skæringen med y−aksen bestemmes idet x=0:

$\mathbf{y}(0)$ ▸ $-(a-3)\cdot(a+3) \Leftrightarrow \text{expand}(\mathbf{y}(0))$ ▸ $9-a^2$ altså fås skæringspunktet $\mathrm{Q}(0,9-a^2)$

c)



$\mathbf{t}(a):=0.25\cdot(9-a^2)\cdot(a+3)|0\leq a<3$ ▸ *Udført*

Arealet ønskes maksimeret. $\mathbf{t}'(a)=0$ beregnes:

$\mathbf{tm}(a):=\frac{d}{da}(\mathbf{t}(a))$ ▸ *Udført* $\text{solve}(\mathbf{tm}(a)=0,a)$ ▸ $a=1.$

Dvs. der er optimum i $a=1$.

Det undersøges nærmere om der er tale om et maksimum:

$$\begin{bmatrix} a & 0.5 & 1 & 2 \\ \mathbf{f}' & + & 0 & - \\ \mathbf{f} & \textit{voksende} & \textit{maksimum} & \textit{aftagende} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{tm}(0.5)$ ▸ 1.3125

$\mathbf{tm}(2)$ ▸ -3.75

Dvs. der er tale om et maksimum for $a=1$ hvilket betyder, at arealet er størst muligt for $a=1$.