① $(a+2b)^2-(a+2b)(a+b)$

$a^2+4b^2+4ab-a^2-ab-2ab-2b^2=\underline{2b^2+ab}$

② To metoder a) og b)

a) $x=-2+2y$ indsættes:

$3\cdot(2y-2)-y=9$

$6y-6-y=9 \Leftrightarrow 5y=15$

$y=\underline{3}$ dvs. $x=-2+2\cdot 3=\underline{\underline{4}}$

b) Første ligning ganges m. 3:

$$\left.\begin{array}{l} 3x-6y=-6 \\ 3x-y=9 \end{array}\right\}$$ Trækkes fra hinanden

$-5y=-15$

$\Leftrightarrow y=\underline{3}$ indsættes: $x=-2+2y$

$x=-2+2\cdot 3=\underline{\underline{4}}$

Husk at gøre prøve: $4-2\cdot 3 \stackrel{?}{=} -2$ ✓

$3\cdot 4-3 \stackrel{?}{=} 9$ ✓

Begge ligninger er sande så vi har regnet rigtigt.

③ $f(x)=2\cdot \ln(x)+5\cdot x^3$

$f'(x)=2\cdot\frac{1}{x}+5\cdot 3x^2=\frac{2}{x}+15x^2$ dvs. $f'(2)=1+15\cdot 2^2=\underline{\underline{61}}$

④ $x^2-6x+y^2+2y+z^2=6$

$(x-3)^2-9+(y+1)^2-1+(z+0)^2=6$

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z+0)^2=16=4^2$

Dvs. centrum $\underline{(x,y,z)=(3,-1,0)}$ og radius $\underline{4}$

⑤ Er $f(x)=xe^x+3x$ løsning?

$f'(x)=x\cdot e^x+e^x+3$

Indsættes i differentialligningen:

$\cancel{x\cdot e^x}+e^x+3=\cancel{xe^x}+\cancel{3x}+\frac{xe^x+3x}{x}-\cancel{3x}$

$e^x+3=\frac{\cancel{x}(e^x+3)}{\cancel{x}} \Leftrightarrow e^x+3=e^x+3$ ✓

Ligningen er sand dvs. $f(x)=xe^x+3x$ er en løsning.

⑥ Netop een løsning dvs diskriminanten $d=0$

$d=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot 2\cdot k=9-8k=0$

$\Leftrightarrow 9=8k \Leftrightarrow k=\underline{\underline{\frac{9}{8}}}$

⑦ a) $t=4$ dvs. $\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

$$\cos v=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}}{\sqrt{3^2+2^2}\cdot\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{3\cdot3+2\cdot4}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{25}}=\frac{17}{\sqrt{13}\cdot5}$$

$$\Rightarrow \angle v=\cos^{-1}\left(\frac{17}{\sqrt{13}\cdot5}\right)=\underline{\underline{19{,}44^\circ}}$$

b) Hvis $\vec{a}\parallel\vec{b}\Leftrightarrow \det(\vec{a},\vec{b})$

$$\begin{vmatrix}t-1 & 3\\ 2 & t\end{vmatrix}=(t-1)t-2\cdot3=t^2-t-6=0$$

vha solve fås $t=-2$ eller $t=3$.

Dvs. for $t=-2$: $\underline{\vec{a}=\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}\ \ \vec{b}=\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}}$

og for $t=3$: $\underline{\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}\ \ \vec{b}=\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}}$

⑧ Wordmat kan anbefales. Gratis hvis man har Officepakke 2010 til PC. Gratis download www.eduap.com

a) $\angle A$: $\frac{\sin A}{13}=\frac{\sin 23}{10}\Rightarrow \sin A=\frac{13\cdot\sin 23}{10}\Rightarrow\angle A=\sin^{-1}\left(\frac{13\cdot\sin 23}{10}\right)$

$\Rightarrow \angle A=30{,}5274^\circ\approx\underline{\underline{30{,}53^\circ}}$ da A er spids.

b) $\angle B=180^\circ-23^\circ-30{,}53^\circ=126{,}473^\circ$

$$b=\sqrt{10^2+13^2-2\cdot10\cdot13\cdot\cos 126{,}473^\circ}=20{,}5804$$
$$\approx\underline{\underline{20{,}58}}$$

⑨ Sidefladen ABT udspændes af $\vec{AB}$ og $\vec{AT}$:

$$\vec{AB}=\begin{pmatrix}0-4\\7-5\\0-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\2\\0\end{pmatrix}\quad\text{og}\quad\vec{AT}=\begin{pmatrix}0-4\\0-5\\5-0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-5\\5\end{pmatrix}$$

Normalvektoren for planen der indeholder sidefladen ABT kaldes n, og beregnes vha. CAS:

I TI Nspire CAS:

$\mathbf{ab}:=\begin{bmatrix}-4\\2\\0\end{bmatrix}$ ▸ $\begin{bmatrix}-4\\2\\0\end{bmatrix}$

$\mathbf{at}:=\begin{bmatrix}-4\\-5\\5\end{bmatrix}$ ▸ $\begin{bmatrix}-4\\-5\\5\end{bmatrix}$

$n=\text{crossP}(\mathbf{ab},\mathbf{at})$ ▸ $n=\begin{bmatrix}10\\20\\28\end{bmatrix}$

b) Punktet D:

Man kender parameterfremstillingen for linien $O \rightarrow D$ idet linien står vinkelret på sidefladen ABT og man kender punktet O:

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}10\\20\\28\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\cdot t\\20\cdot t\\28\cdot t\end{pmatrix}$$

Disse værdier for x,y,z indsættes i ligningen for planen fra a):

$$10\cdot(10t)+20\cdot(20t)+28\cdot(28t)-140=0$$

V.h.a. solve fås $t=\frac{35}{321}$

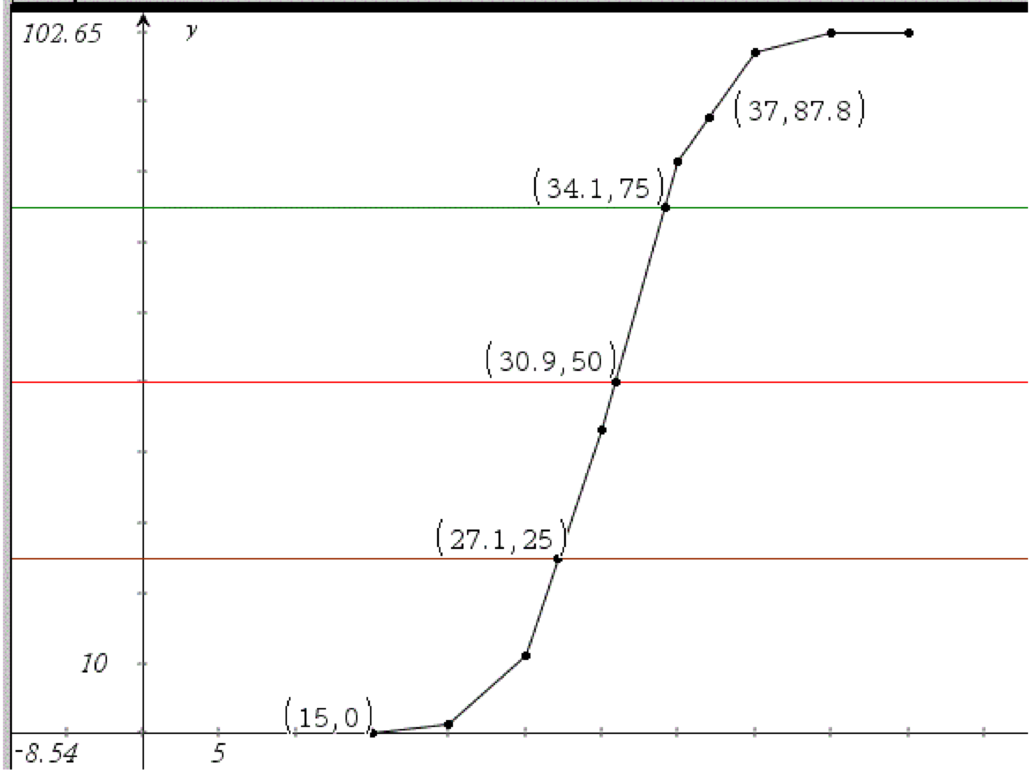
Koordinatsættet til D bestemmes ved at indsætte t i liniens parameterfremstilling:

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+\frac{35}{321}\begin{pmatrix}10\\20\\28\end{pmatrix} \Leftrightarrow (x,y,z)=\underline{\left(\frac{350}{321},\frac{700}{321},\frac{980}{321}\right)}$$

Opgave 10. TI Nspire CAS Software:

	A interval	B frekvens	C	D endepkt	E kum	F
◆					=cumulativesum(frekvens)	
1	15–20	1.4		20	1.4	
2	20–25	9.8		25	11.2	
3	25–30	32.2		30	43.4	
4	30–35	38.2		35	81.6	
5	35–40	15.6		40	97.2	
6	40–45	2.7		45	99.9	
7	45–50	0.1		50	100.	
8						

A1 15–20



Det ses ved aflæsning at andelen af kvinder, der på fødselstidspunktet var mindst 37 år er (100-87,8=) **12,2 %**.

(11)

b) $\log V = -1{,}64 - 0{,}27 \log M$

$10^{\log V} = 10^{(-1{,}64 - 0{,}27 \log M)}$

$V = 10^{-1{,}64 - 0{,}27 \log M} = 10^{-1{,}64} \cdot 10^{-0{,}27 \log M}$

$= 10^{-1{,}64} \left(10^{\log M}\right)^{-0{,}27} = \underline{10^{-1{,}64} \cdot M^{-0{,}27}}$

a) $V = 10^{-1{,}64} \cdot 3000^{-0{,}27} = \underline{\underline{0{,}002637 \text{ døgn}^{-1}}}$

(12) Tangentliniens ligning findes på CAS.

a) $\underline{y = -0{,}7328x + 1{,}9542}$

TI-Nspire:
$f(x) := e^{x - 0{,}8x^2}$
tangentline $(f(x), x, 1)$

b)

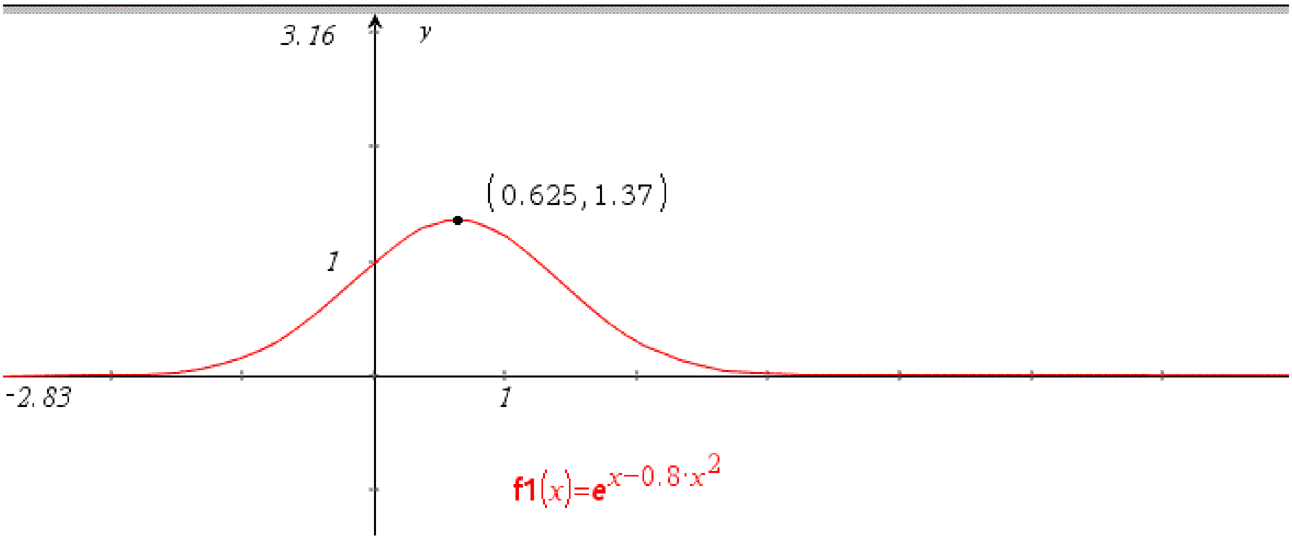
$f(x) := e^{x - 0.8 \cdot x^2}$ ▸ *Udført*

$\text{tangentLine}(f(x), x, 1)$ ▸ $1.95424 - 0.732842 \cdot x$

$fm(x) := \frac{d}{dx}(f(x))$ ▸ *Udført*

$\text{solve}(fm(x) = 0, x)$ ▸ $x = \frac{5}{8}$ ($\frac{5}{8}$ ▸ 0.625)

Der er altså min, maks, eller vendetangent for $x=\frac{5}{8}$, men af grafen nedenfor fås globalt maksimum i $x=\frac{5}{8}$ og at grafen er voksende i intervallet $]-\infty;\frac{5}{8}]$ og aftagende i $[\frac{5}{8};\infty[$



(13) a) $A_M = \int_1^4 g(x) - f(x)\,dx$ (øverste graf - nederste graf)

$= \int_1^4 (-x^2+6x-1)-(x^2-4x+7)\,dx$ (pas på! Minusparentes)

På CAS fås $\underline{A_M = 9}$

b) $V = \pi\left(\int_1^4 (g(x))^2 dx - \int_1^4 (f(x))^2 dx\right) = \pi\int_1^4 g(x)^2 - f(x)^2\,dx$

$= \pi\cdot\int_1^4 (-x^2+6x-1)^2 - (x^2-4x+7)^2\,dx = \underline{\underline{99\cdot\pi}} \approx 311{,}018$

Opgave 14

a) Ved hjælp af eksponentiel regression på CAS fås a=0,994244 og b=1,8782

b) Grafen skitseres vha. CAS. x er kun defineret for x<=1500, men for x gående imod uendelig vil U(x) gå imod 15,5. Det betyder, at **tørstofudbyttet U(x) har en øvre grænse på 15,5 tons**.

Af grafen ses, at allerede ved x=1500 er tørstofudbyttet U(1500)=15,4949 tæt på det maksimale.

	A list1	B list2	C	D	E
◆				=ExpRegı	
1	0	1.91	Titel	Ekspon...	
2	56	1.36	RegEqn...	a*b^x	
3	112	0.94	a	1.8782	
4	224	0.47	b	0.994244	
5	448	0.17	r²	0.997431	
6	896	0.01	r	-0.9987...	
7			Resid	{0.0318...	
8			ResidT...	{0.0167...	
9					

A1 0

a:=stat.b ▸ 0.994244

b:=stat.a ▸ 1.8782

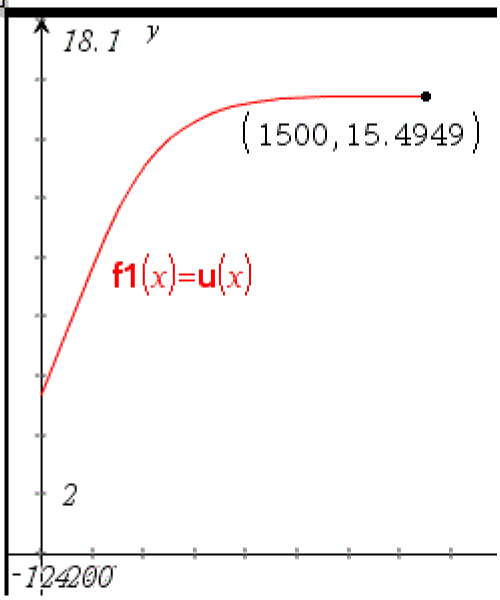
$g(x):=b\cdot a^x$ ▸ *Udført*

$g(x)$ ▸ $1.8782\cdot(0.994244)^x$

$u(x):=\frac{15.5}{1+g(x)}|0\le x\le 1500$ ▸ *Udført*

(Den lodrette streg betyder "hvorom det gælder" og den har jeg fundet på lommeregneren ved blå ctrl og dernæst)

$u(x)$ ▸ $\begin{cases}\frac{15.5\cdot(1.00579)^x}{(1.00579)^x+1.8782}, & 0\le x\le 1500\end{cases}$



Opgave 15

Først løses differentialligningen vha. CAS.
Dernæst løses endnu en differentialligning hvorefter solve benyttes til at bestemme hvor mange år der går til man når op på et befolkningstal på 200 mio.

deSolve(r'=-0.025·r and r(0)=0.017,t,r) ▸ $r=\frac{17\cdot e^{\frac{-t}{40}}}{1000}$

(' findes i Nspire under hjælpeprogrammer under Tegn)

$r(t):=\frac{17\cdot e^{\frac{-t}{40}}}{1000}$ ▸ *Udført* $r(t)$ ▸ $0.017\cdot(0.97531)^t$

b)

deSolve(n'=r(t)·n and n(0)=106.5,t,n) ▸ $n=210.218\cdot(0.506617)^{(0.97531)^t}$

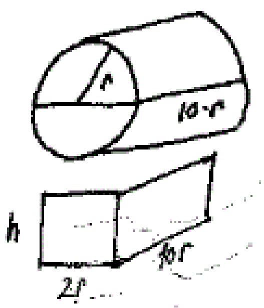
$n(t):=210.218\cdot(0.506617)^{(0.97531)^t}$ ▸ *Udført*

solve(n(t)=200,t) ▸ $t=104.541$

Det betyder, at da 2007 var begyndelsesåret så vil der **i løbet af år 2111** være et befolkningstal på over 200 mio.

16 Overfladeareal:

a)



Disse halvcirkler er der 2 af dvs:

$\underbrace{2\cdot\pi r^2}_{\text{endeflade}} + \underbrace{2\cdot\pi\cdot r\cdot 10r}_{\text{cylinder}}$ $\quad 2\pi r^2+20\pi r^2$

$\underbrace{2\cdot h\cdot 2r}_{\text{endeflade}} + \underbrace{2\cdot h\cdot 10r}_{\text{sideflade}}$ $\quad 4hr + 20hr$

Dvs. overfladearealet som funktion af r & h:

$$O = 22\pi\cdot r^2 + 24hr$$

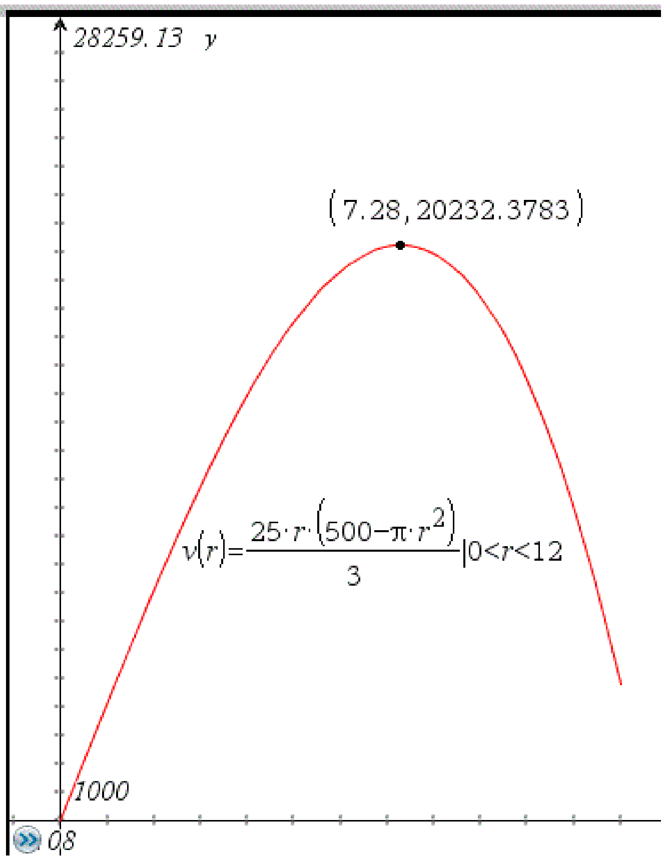
b) Når størst mulig rumfangs-variabel r skal bestemmes skal man ALTID beregne $V'(r)=0$, og dernæst undersøge, om der er tale om et maximum. Dette gøres vha CAS:

$\mathbf{v}(r):=\frac{25\cdot r\cdot(500-\pi\cdot r^2)}{3}|0<r<12$ ▸ *Udført*

$\mathbf{vm}(r):=\frac{d}{dr}(\mathbf{v}(r))$ ▸ *Udført*

$\mathbf{vm}(r)$ ▸ $\{4166.67-78.5398\cdot r^2, 0.<r<12.$

$\text{solve}(\mathbf{vm}(r)=0,r)$ ▸ $r=7.28366$



Af figuren ses, at der er tale om et maksimum for r = 7,28, og postkassen vil derfor have **størst mulig rumfang ved r =7,28**