① Ortogonale dvs. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2\\t\end{pmatrix}=6+4t=0 \Leftrightarrow t=\frac{-6}{4}=\underline{\underline{\frac{-3}{2}}}$

② $(p-2q)^2+4pq-(p-q)(p+q)$

$=p^2+4q^2-4pq+4pq-p^2+q^2=\underline{5q^2}$

③ $a=\sqrt[x_2-x_1]{\frac{y_2}{y_1}}=\sqrt[6-4]{\frac{27}{3}}=\sqrt[2]{9}=\sqrt{9}=3$

$b=\frac{y}{a^x}=\frac{3}{3^4}=\frac{3}{3\cdot3\cdot3\cdot3}=\frac{1}{3^3}=\frac{1}{27}$

Forskrift $\underline{f(x)=\frac{1}{27}\cdot 3^x}$

④ P: $a>0$ da glad parabel el. ben vender opad

Q: $a<0$ da sur parabel el. ben vender nedad.

P: $b>0$
Q: $b>0$
da $f'(0)>0$. Dvs. da grafens tangenthældning i punktet $x=0$ er positiv.

P: $c>0$ da grafen skærer y aksen i en positiv værdi.

Q: $c<0$ da grafen skærer y-aksen i en negativ y-værdi.

P: $d<0$ da grafen ikke skærer x aksen og der dermed ingen nulpunkter er.

Q: $d>0$ da grafen har to nulpunkter.

⑤ $\int 6x^2+2x\,dx = 6\cdot\frac{1}{3}x^3+2\cdot\frac{1}{2}\cdot x^2+k=\underline{\underline{2x^3+x^2+k}}$

$\int_0^1 5x^4e^{x^5+1}\,dx$ Løses ved integration ved substitution:

$u=x^5+1$

$\frac{du}{dx}=5x^4 \Leftrightarrow du=5x^4dx$

dvs. $\int_0^1 e^u\,du=\left[e^u\right]_0^1$

Nu indsættes u:

$\int_0^1 5x^4e^{x^5+1}\,dx=\left[e^{x^5+1}\right]_0^1=e^{1^5+1}-e^{0^5+1}=\underline{\underline{e^2-e}}$

⑥ Ligning for kuglen:

a) Først beregnes radius ud fra Centrum og punktet på kuglen:

$\vec{CP} = \begin{pmatrix} 2-0 \\ -1-0 \\ 7-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ Længden: $r^2 = 2^2 + (-1)^2 + 2^2 = 9$

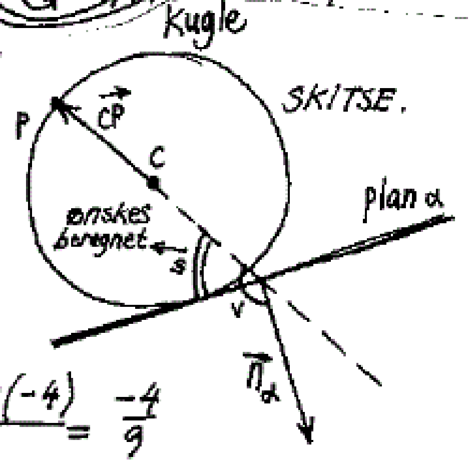
Dvs. ligningen for kuglen:

$$(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-5)^2 = 9$$

b) Spids vinkel mellem α og linien CP.

Ud fra tangentplanens ligning fås normalvektoren:

$\vec{n}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ (den aflæses direkte $1x + 2y - 2z + 1 = 0$ til $\vec{n}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$)



Jeg forsøger mig at forklare ved at tegne en 3D situation i 2D:

Nu beregnes vinklen ml. $\vec{CP}$ og $\vec{n}_\alpha$

$$\cos v = \frac{\vec{CP} \cdot \vec{n}_\alpha}{|\vec{CP}| \cdot |\vec{n}_\alpha|}$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}}{3 \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{2 + (-2) + (-4)}{3 \cdot \sqrt{9}} = \frac{-4}{9}$$

beregnet i a)

$$\measuredangle v = \cos^{-1}\left(\frac{-4}{9}\right) = 116{,}388$$

Nu kan vinkel s beregnet idet $s = v - 90° = 116{,}388° - 90°$

$\Leftrightarrow s = 26{,}3878° \Leftrightarrow \underline{s = 26{,}4°}$

c) kaldes røringspunktet med kuglen for R fås linien RC parameterfremstillingen:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{n}_\alpha = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 2t \\ 5-2t \end{pmatrix}$$

Dette koordinatsæt indsættes i tangentplanens ligning:

$x + 2y - 2z + 1 = 0 \Leftrightarrow t + 2 \cdot 2t - 2(5-2t) + 1 = 0$

Vha. solve på CAS fås $t = 1$. Værdien for t indsættes i og røringspunktet fås $(x, y, z) = \underline{(1, 2, 3)}$

(7) a) Vha. CAS bestemmes tangentliniens ligning til
$y = 22,167x - 14.778$

b) $f'(x) = 0$ bestemmes vha. solve til $x = -\frac{1}{2}$

Monotonitabel:

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(x)$	$-$	0	$+$

Grafen for f har globalt minimum i $x = -\frac{1}{2}$
Grafen for f er aftagende i intervallet $]-\infty; -\frac{1}{2}]$
og voksende i intervallet $[-\frac{1}{2}; \infty[$.

Opgave 8

a) Potens regression vha. CAS

(OBS! Man må IKKE tage to punkter i tabellen… FORBUDT!)

a:=**stat.b** ▸ 3.38166

b:=**stat.a** ▸ 0.000564

b) m(l) er i det nedenstående defineret som **f1**(x) ▸ $0.000564 \cdot x^{3.38166}$

f1(7.5) ▸ 0.513722

Dvs. tørvægten af en 7,5mm torskelarve er **0,51mg.**

solve(**f1**(x)=0.6,x) ▸ x=7.85234

Dvs. længden af en torskelarve med tørvægten 0,60mg er **7,85mm**

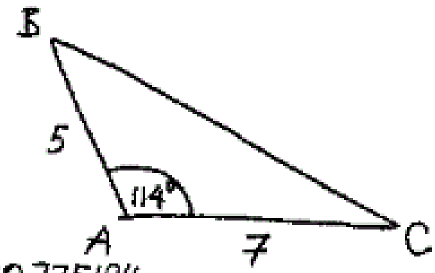
	A l	B m	C	D	E
◆				=PowerReg(	
1	5.1	0.14	Titel	Potensregr…	
2	5.5	0.18	RegEqn…	a*x^b	
3	6	0.24	a	0.000564	
4	6.2	0.27	b	3.38166	
5	6.4	0.3	r²	0.999895	
6	6.7	0.35	r	0.999948	
7	7.2	0.45	Resid	{5.7823032…	
8			ResidT…	{0.0041387…	
9					

<u>Opgave 9</u> kan jeg bedst lide at løse med papir og blyant, men se efterfølgende nedenfor hvordan opgaven kan løses i Wordmat som er gratis, hvis man har office07 eller nyere til PC. Download gratis på www.eduap.com. Nedenstående spørgsmål a) er beregnet ved få klik - Prøv det ☺

9

a) $|BC|$: Cosinusrelationerne

$$|BC| = \sqrt{5^2+7^2-2\cdot 5\cdot 7\cdot \cos 114}$$
$$= 10{,}1228 \simeq \underline{\underline{10{,}12}}$$

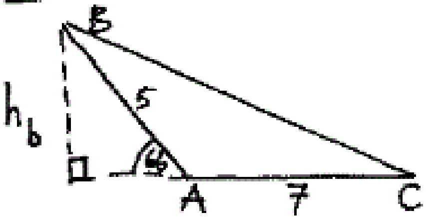


$\angle B$: cosinusrelationerne

$$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2\cdot a c} = \frac{10{,}1228^2+5^2-7^2}{2\cdot 10{,}1228\cdot 5} = 0{,}775194$$

$$\angle B = \cos^{-1}(0{,}775194) = 39{,}1773° \simeq \underline{\underline{39{,}2°}}$$

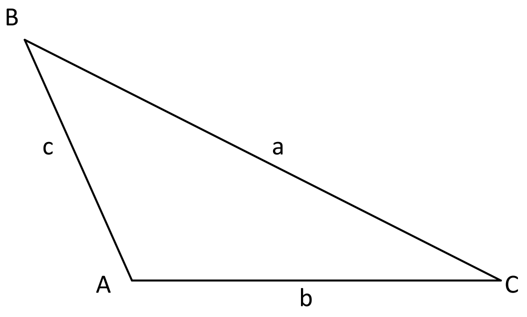
b) Vinklen ved A er en lige vinkel dvs. 180°
Den i figuren markerede vinkel beregnes: $180° - 114° = 66°$.



$$h_b = 5\cdot \sin 66° = 4{,}56773 \simeq \underline{\underline{4{,}57}}$$

Arealet af trekant ABC : $A_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 4{,}56773\cdot 7 = 15{,}987 \simeq \underline{\underline{15{,}99}}$

Se her hvordan samme opgave meget nemt løses af Wordmat:
WordMat's trekantsløser anvendes med input: A = 114° , b = 7 , c = 5



A = 114°
B = 39,17734°
C = 26,82266°

a = 10,12282
b = 7
c = 5

Længden af siden a findes vha. en cosinusrelation

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot cos(A)} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2\cdot 7\cdot 5\cdot cos(114°)} = 10{,}12 = |BC|$$

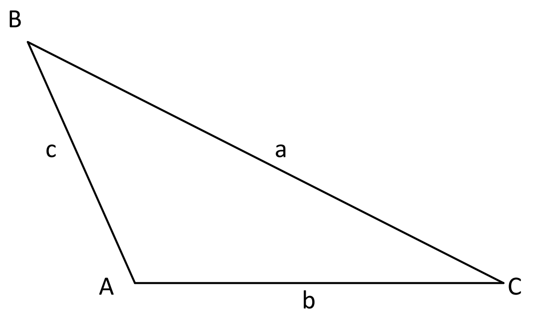
$$Vinkel\ B\ findes\ vha.en\ cosinusrelation$$

$$Vinkel\ C\ findes\ vha.vinkelsum\ =\ 180°\ i\ en\ trekant$$

$$C = 180° - A - B = 180° - 114° - 39{,}17734° = 26{,}82266°$$

$$B = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2\cdot a\cdot c}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{10{,}12282^2 + 5^2 - 7^2}{2\cdot 10{,}12282\cdot 5}\right) = 39{,}17734°282$$

b)

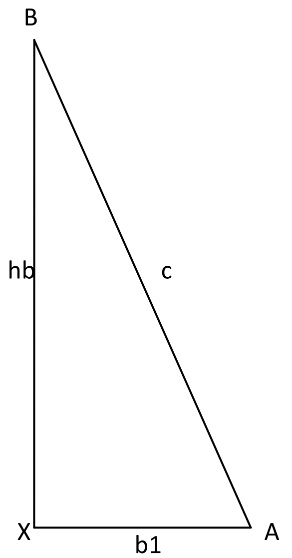


A = 114°
B = 39,17734°
C = 26,82266°

a = 10,12282
b = 7
c = 5

Højden h_b ligger udenfor trekanten. Vinklen udenfor trekanten ved A beregnes til 180-114=66 grader.

Nu beregnes højden vha. Wordmat.
WordMat's trekantsløser anvendes med input: X = 90° , A = 66° , c = 5



X = 90°
B = 24°
A = 66°

c = 5
b1 = 2,033683
hb = 4,567727

Vinkel B findes vha. vinkelsum = 180° i en trekant

$$B = 180° - X - A = 180° - 90° - 66° = 24°$$

Længden af siden b1 findes vha. cosinus

$$b1 = c \cdot cos(A) = 5 \cdot cos(66) = 2{,}0336$$

$$Længden\ af\ siden\ hb\ findes\ vha. sinus$$

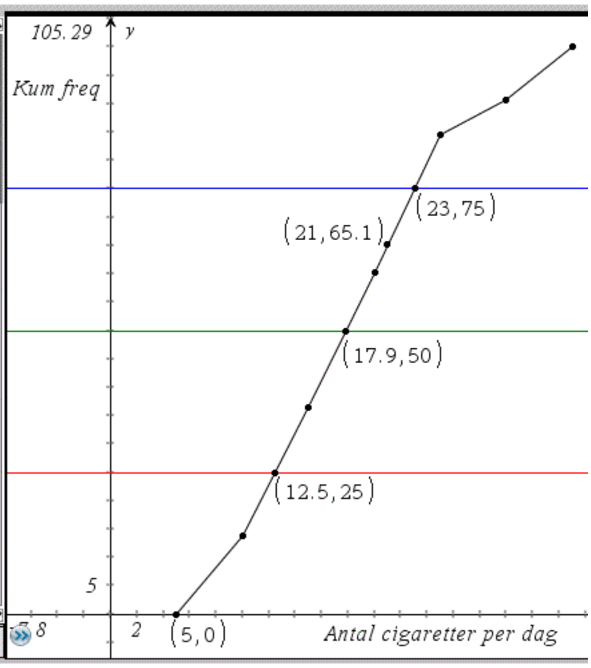
$$hb = c \cdot sin(A) = 5 \cdot sin(66) = 4{,}56772783$$

Arealet må man herefter selv beregne.

Opgave 10

Løses i TI Nspire.

A interva...	B antal	C freq	D	E slutinterval	F kum	G
		=antal*10(			=cumulativesum(freq)	
5–10	74	7400/531		10	7400/531	
10–15	119	11900/5...		15	19300/531	
15–20	127	12700/5...		20	32000/531	
20–25	129	4300/177		25	44900/531	
25–30	32	3200/531		30	48100/531	
30–35	50	5000/531		35	100	



Det ses af figuren, at:
Nedre kvartil = **12,5** cigaretter/dag. Median = **17,7** cigaretter/dag og øvre kvartil er **23** cigaretter/dag.

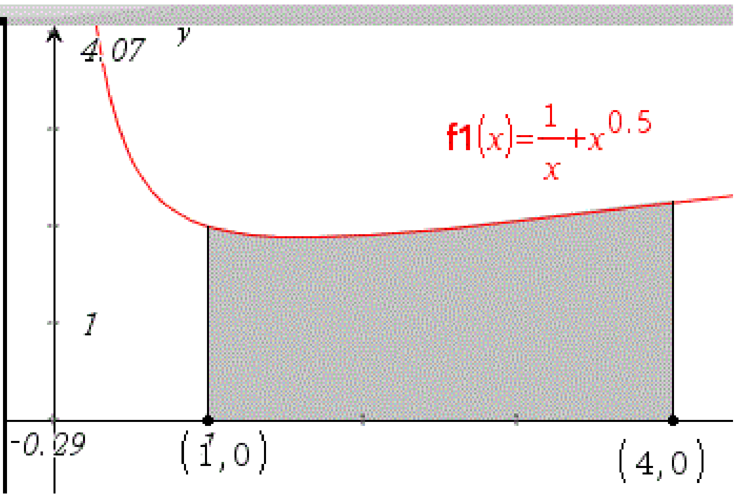
34,9 % ryger mindst 21 cigaretter per dag, idet 100%-65,1%=34,9%.

Opgave 11

Omdrejningslegeme:

$$\mathbf{v}:=\pi\cdot\int_{1}^{4}\left(\frac{1}{x}+x^{0.5}\right)^{2}dx \;\blacktriangleright\; \frac{49\cdot\pi}{4}$$

Afrundet fås $\mathbf{v} \blacktriangleright 38.48$



Opgave 12

Væksthastigheden til tidspunktet t=0 ønskes bestemt.

Man får at vide at N(0)=50, så nu indsættes blot i differentialligningen:

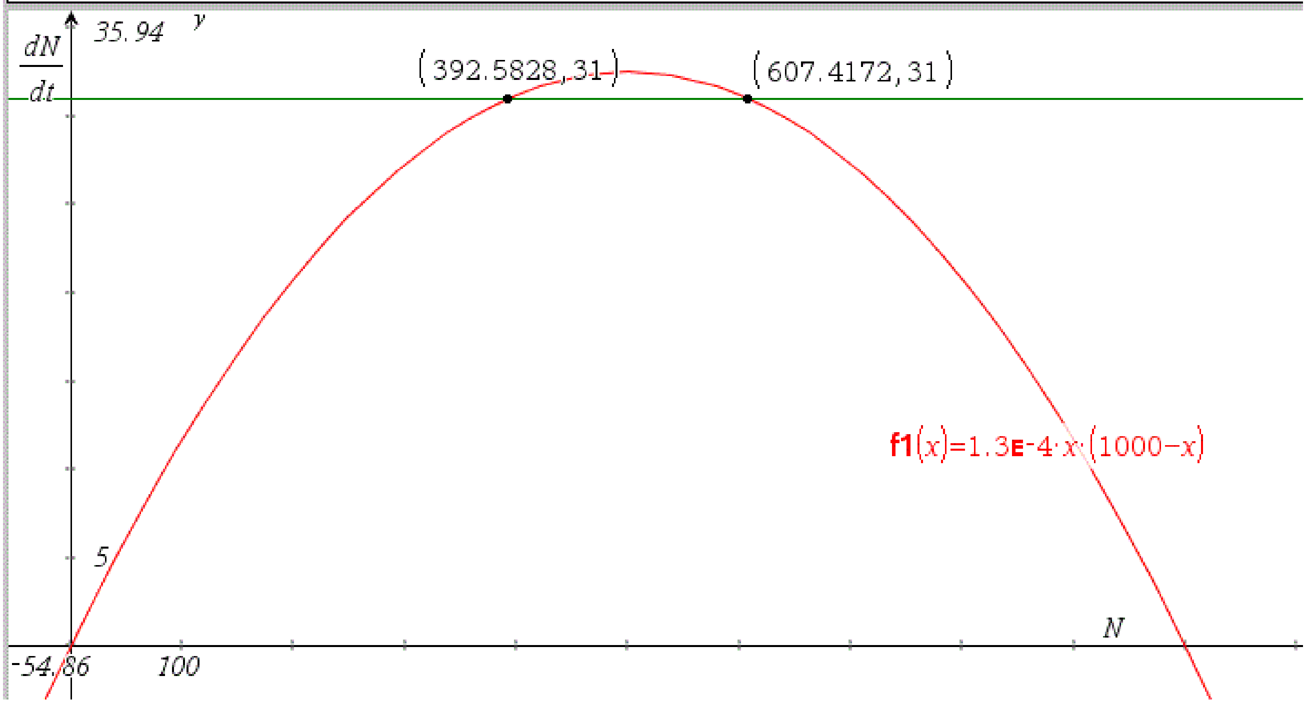
$\frac{dn}{dt}=1.3E\text{-}4\cdot 50\cdot(1000-50)$ ▸ $\frac{dn}{dt}=6.175$

Dvs. at til t=0 vokser antallet af individer med ca. 6 individer per døgn.

Væksthastigheden er flere gange 31 individer per døgn – Ved hjælp af solve bestemmes værdien for N når dN/dt=31:

solve$(1.3E\text{-}4\cdot n\cdot(1000-n)=31,n)$ ▸ $n=392.583$ or $n=607.417$

Dvs. at når der er ca. 393 eller 607 individer i pupulationen vil væksthastigheden være 31.



opg 13 a) Omkreds: $O = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r + 2h + 2r = \underline{\underline{2h + (2+\pi)r}}$

b) $O = 16$ dvs $h = \frac{16-(2+\pi)r}{2} \Leftrightarrow h = 8-(1+\frac{1}{2}\pi)r$

$A = h\cdot 2r + \frac{1}{2}\pi\cdot r^2 = (8-(1+\frac{1}{2}\pi)r)2\cdot r + \frac{1}{2}\pi\cdot r^2$

Vha CAS fås:

expand$((8-(1+0.5\cdot\pi)\cdot r)\cdot 2\cdot r+0.5\cdot\pi\cdot r^2)$ ▸ $16.\cdot r-3.5708\cdot r^2$

Opgave 14

a) Først benyttes Pythagoras i de retvinklede trekanter til at udtrykke |**AP**| og |**PB**| ved x.

|**AP**| = $\mathbf{ap}:=\left(40^2+x^2\right)^{0.5} \mid 0\leq x\leq 46$ ▸ $\sqrt{x^2+1600}$

|**PB**| = $\mathbf{pb}:=\left(33^2+(46-x)^2\right)^{0.5} \mid 0\leq x\leq 46$ ▸ $\sqrt{x^2-92\cdot x+3205}$

b) Prisen udtrykkes i form af funktionen p(x):

$\mathbf{pris}(x):=50\cdot \mathbf{ap}+60\cdot \mathbf{pb}$ ▸ *Udført*

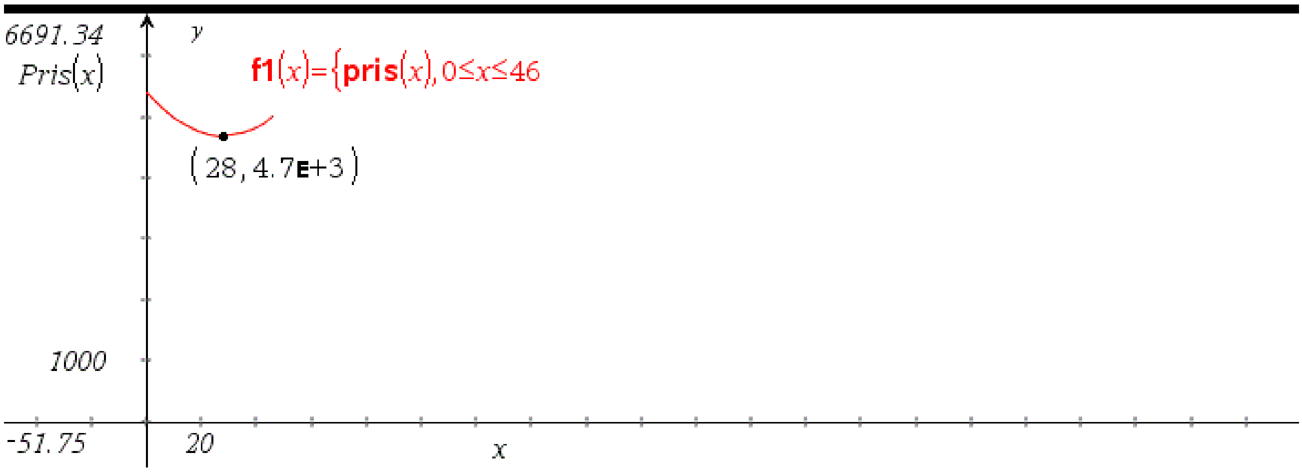
Denne pris skal minimeres, og derfor differentieres og p'(x)=pm(x)=0 beregnes:

$\mathbf{prism}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{p}(x))$ ▸ *Udført*

$\text{solve}(\mathbf{prism}(x)=0,x)$ ▸ $x=28.0302$

Det ses heraf at der er **èt** muligt ekstremum, og af grafen for pris(x) ses at det er et minimum.

Vejen er altså billigst mulig for **x=28**



Opgave 15

Først defineres de to funktioner: $\mathbf{f}(x):=-x^3+x^2+k\cdot x+3$ ▸ *Udført* og $\mathbf{g}(x):=x^2+3$ ▸ *Udført*

Dernæst beregnes skæringspunkter mellem de to grafer:

$\text{solve}(\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x),x)$ ▸ $x=-\sqrt{k}$ and $k\geq 0$ or $x=\sqrt{k}$ and $k\geq 0$ or $x=0$

De to integraler beregnes:

$$\int_{-k^{0.5}}^{0} (\mathbf{g}(x)-\mathbf{f}(x))\,dx \text{ ▸ } 0.25\cdot k^2$$

$$\int_{0}^{k^{0.5}} (\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x))\,dx \text{ ▸ } 0.25\cdot k^2$$

Heraf ses, at de to arealer er lige store for alle værdier af k.

Opgave 16

Først defineres funktionen der angiver vandbadets temp: $\mathbf{g}(x):=20+0.25\cdot t$ ▸ *Udført*

Nu løses differentialligningen for at finde den funktion f, der beskriver objektets temp:

deSolve$\left(y'=0.03\cdot(20+0.25\cdot t-y) \text{ and } y(0)=10,t,y\right)$ ▸ $y=0.25\cdot(0.970446)^{t}\cdot\left((t+46.6667)\cdot(1.03045)^{t}-6.66667\right)$

$\mathbf{f}(t):=0.25\cdot(0.970446)^{t}\cdot\left((t+46.6667)\cdot(1.03045)^{t}-6.66667\right)$ ▸ *Udført*

Objektets temperatur kan nu beregnes, men først må det beregnes, til hvilken tid vandbadets temp er 100 grader:

solve$\left(100=\mathbf{g}(x),t\right)$ ▸ $t=320.$

Nu beregnes objektets indre temperatur vha. løsningen til differentialligningen f(t):

$\mathbf{f}(320)$ ▸ 91.5517

Heraf fås altså, at når vandbadets temp er 100 grader efter 320 sek, så er objektets indre temp **91,6 grader.**