① Ortogonale. Dvs. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$$\begin{pmatrix} t-2 \\ 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix} = (t-2)\cdot 3 + 5\cdot(-3) = 3t-6-15 = 3t-21 = 0$$

$$\Leftrightarrow t=7$$

Dvs. for $\underline{\underline{t=7}}$ er de to vektorer ortogonale.

② $\frac{5\cdot 1}{2\cdot 1^2+3\cdot 1\cdot 2} = \frac{5}{2+6} = \underline{\underline{\frac{5}{8}}}$

$\frac{5\cancel{m}}{\cancel{m}(2m+3n)} = \underline{\underline{\frac{5}{2m+3n}}}$

③ $f'(x) = 3x^2-6x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0$

Her benyttes nulregelen. En af de to faktorer skal give nul dvs. $x=0$ eller $x=2$.

x	-1	0	1	2	10
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	↗	max	↘	min	↗

Heraf ses at f er voksende i intervallerne $]-\infty;0]$ og $[2;\infty[$

og f er aftagende i intervallet $[0;2]$. f har maximum for $x=0$ og minimum for $x=2$.

④ $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1}dx$ Først løses det ubestemte integral ved substitution $u=x^2+1$.

$\frac{du}{dx} = 2x \Leftrightarrow dx = \frac{du}{2x}$

$\int \frac{\cancel{2x}}{u}\frac{du}{\cancel{2x}} = \int \frac{1}{u}du = \ln u$

dvs $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1}dx = \left[\ln(x^2+1)\right]_0^1 = \ln(2)-\ln(1) = \underline{\underline{\ln(2)}}$

⑤ Ensvinklede trekanter.

Forstørrelsesfaktor $k=\frac{90}{30}=3$

$|CB|$ skal nedskaleres og da $|CB| = 200-x$ fås

$x = \frac{|CB|}{3} = \frac{200-x}{3} \Leftrightarrow 3x = 200-x \Leftrightarrow 4x = 200 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=50}}$

Opgave 6

a) Bestem vinkel D i trekant CDH:

$$\text{vinkel}D = \sin^{-1}\left(\frac{CH}{CD}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) \blacktriangleright 56.4427 \text{ grader}$$

b) Bestem $|BD|$ og $|AC|$ i firkant $ABCD$.

Sidelængden bestemmes vha. pythagoras:

$$|BD| = \sqrt{AB^2+AD^2} = \sqrt{5^2+7^2} \blacktriangleright 8.60233$$

Cosinusrelationerne:

$$|AC| = \sqrt{6^2+7^2-2\cdot 6\cdot 7\cdot \cos(56.4427)} \blacktriangleright 6.21025$$

Opgave 7

a) Bestem en ligning for den plan α, der er udspændt af

$\mathbf{v\_a}:=\begin{bmatrix}-2\\4\\5\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}-2\\4\\5\end{bmatrix}$ og $\mathbf{v\_b}:=\begin{bmatrix}1\\-3\\-2\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}1\\-3\\-2\end{bmatrix}$, og som indeholder punktet $P(1,2,-6)$.

Normalvektoren for planen α bestemmes ved at finde krydsproduktet:

$$\text{crossP}(\mathbf{v\_a},\mathbf{v\_b}) \blacktriangleright \begin{bmatrix}7\\1\\2\end{bmatrix}$$

Ud fra dette kan vi altså konkludere at ligningen for planen α er følgende:

$$7\cdot(x-1)+1\cdot(y-3)+2\cdot(z--6) \blacktriangleright 7\cdot x+y+2\cdot z+2=0$$

b) Bestem den spidse vinkel mellem l og β.

Af linje l aflæses at retningsvektoren er $\mathbf{r\_v}:=\begin{bmatrix}1\\1\\3\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}1\\1\\3\end{bmatrix}$.

Af plan β fås normalvektoren $\mathbf{n\_v}:=\begin{bmatrix}2\\-3\\1\end{bmatrix} \blacktriangleright \begin{bmatrix}2\\-3\\1\end{bmatrix}$.

Vinklen mellem linjen l og normalvektoren for planen β beregnes:

$$v = \cos^{-1}\left(\frac{\text{dotP}(\mathbf{r\_v},\mathbf{n\_v})}{\text{norm}(\mathbf{r\_v})\cdot\text{norm}(\mathbf{n\_v})}\right) \blacktriangleright 80.7255 \text{ grader.}$$

Da de 80.7255 grader blot indikerer vinklen mellem linjen l og normalvektoren for planen β, regnes den spidse vinkel således:

$$90-80.7255 \blacktriangleright 9.2745 \text{ grader}$$

Opgave 8

a) Bestem den stamfunktion F til f, der opfylder, at $\mathbf{F}(1)=25$.

$\mathbf{f}(x):=10\cdot x^4+\frac{1}{x}|x>0$ ▸ *Udført*

$(\mathbf{F}'(x)\ kaldes\ \mathbf{ff}(x))$

$\mathbf{ff}(x):=\int \mathbf{f}(x)\,dx$ ▸ *Udført*

$\mathbf{ff}(x)$ ▸ $\{\ln(x)+2\cdot x^5, x>0$

k isoleres vha. solve:

$\text{solve}(\mathbf{ff}(1)+k=25,k)$ ▸ $k=23$

Dvs at stamfunktionen F til f, der opfylder, at F(1)=25 fås:

$F(x) = \ln(x)+2\cdot x^5+23$

Opgave 9

a) Bestem en forskrift for f:

Vha. Lineær regression fås at: (se lister og regneark)

$\mathbf{f1}(x)$ ▸ $0.32\cdot x+46.$

b)

Når f(x)=g(x), er den forventede levealder for nyfødte

den samme som den forventede levealder for 65–årige:

$\mathbf{g}(x):=0.053\cdot x+76$ ▸ *Udført* $\text{solve}(\mathbf{f1}(x)=\mathbf{g}(x),x)$ ▸ $x=112.36$

I løbet af år 2012 vil den forventede levealder for nyfødte

være den samme som den forventede levealder for 65–årige.

A år	B levealder	C	D
			=LinReg
0	46	Titel	Lineæ...
75	70	RegEqn...	m*x+b...
		m	0.32
		b	46.
		r²	1.
		r	1.

Opgave 10

a) Bestem den årlige procentvise stigning i bevillingerne.

Vha eksponentiel regression ses at fremskrivningsfaktoren er: **stat.b** ▸ 1.07599

Dvs. at vi kan regne den procenvise stigning således:

$(1.07599-1)\cdot 100$ ▸ $7.599 \approx 7.6\%$

Opgave 11

To funktioner $\mathbf{f}(x):=x^2-x+2$ ▸ *Udført* og $\mathbf{g}(x):=-x^2+5\cdot x-\frac{5}{2}$ ▸ *Udført*

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for **f** i punktet $p(2,\mathbf{f}(2))$.

$\text{tangentLine}(\mathbf{f}(x),x,2)$ ▸ $3\cdot x-2=y$

b) Bestem koordinatsættet til Q.

Det fælles punkt må opstå når $\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x)$ og derfor isoleres x:

$\text{solve}(\mathbf{f}(x)=\mathbf{g}(x),x)$ ▸ $x=\frac{3}{2}$

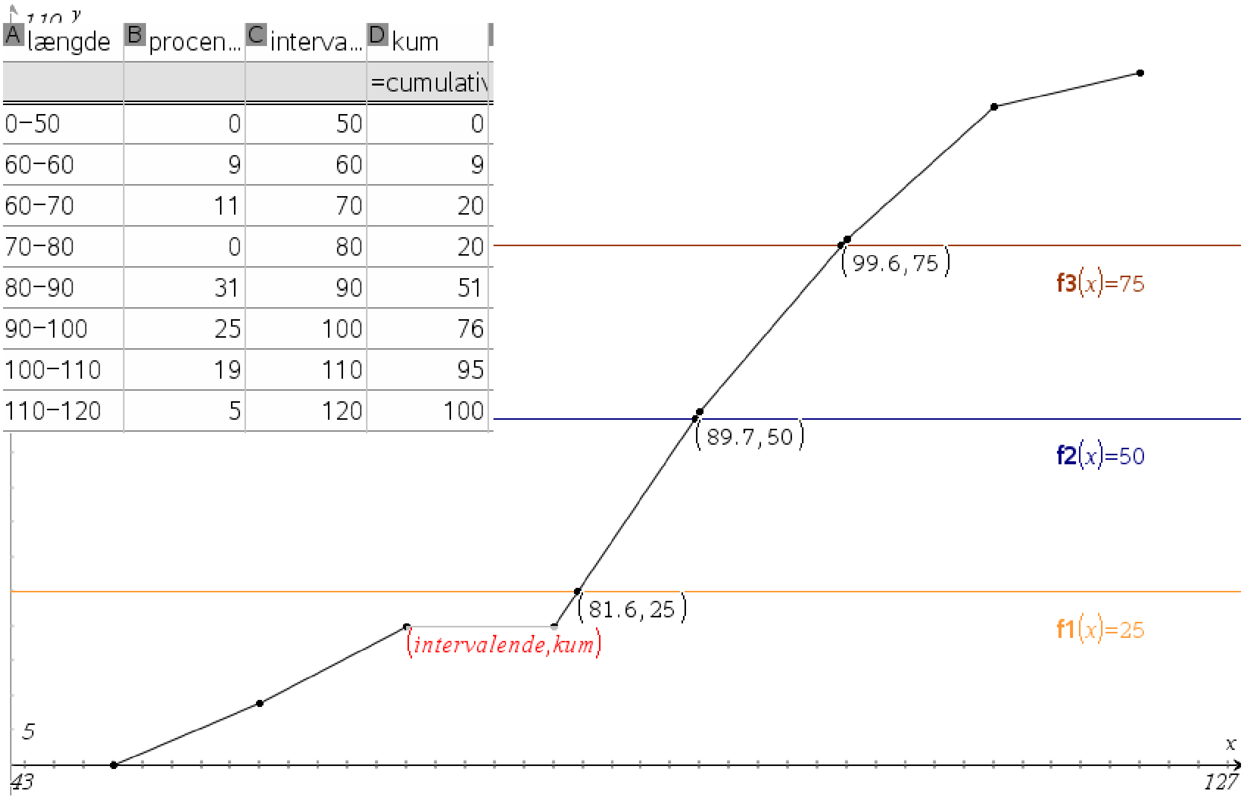
x−værdien indsættes i $\mathbf{f}(x)$:

$\mathbf{f}\left(\frac{3}{2}\right)$ ▸ $\frac{11}{4}$

Dvs at koordinatsættet til $Q=\left(\frac{3}{2},\frac{11}{4}\right)$.

Opgave 12

A længde	B procen...	C interva...	D kum
			=cumulativ
0−50	0	50	0
60−60	9	60	9
60−70	11	70	20
70−80	0	80	20
80−90	31	90	51
90−100	25	100	76
100−110	19	110	95
110−120	5	120	100



a)Tegn sumkurven, og bestem kvartilsættet. (Se Graf).

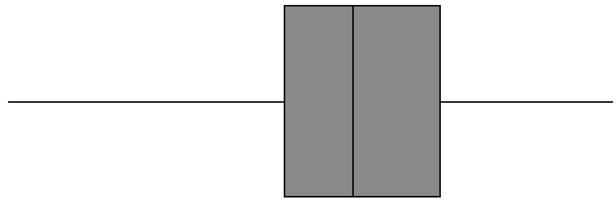
Af sumkurven (skæringpunkterne) aflæses kvartilsættet:

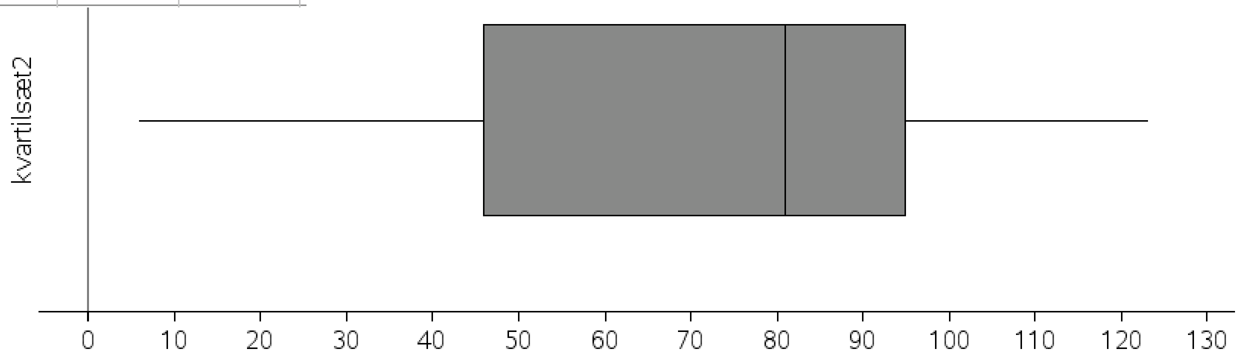
Øvre kvartil: 99.6 = 100

Median: 89.7 = 90

Nedre kvartil: 81.6 = 82

A	B kvartil...	C kvartil...
minimum	50	6
	82	46
k2	82	46
m	90	81
	100	95
k4	100	95
maksim...	120	123





b) Benyt de to kvartilsæt til på samme figur at lave to boksplot for længden af havkatte fanget i de to dybdeintervaller, og kommentér forskellen.

Se Data & Statestik

Boksplottet for **kvartilsæt** viser os spredningen af fisk fanget på lavt vand, altså $5-40m$, mens boksplottet for **kvartilsæt2** viser spredningen af fisk fanget på dybere vand, $40-80m$.
Det ses at fiskene generelt er længere på lavere vand. Samtidig er der en meget stor spredning af fisk mellem ca 50 og 80 cm på dybt vand, mens spredningen er meget mindre på lavt vand.

Opgave 13

a) Bestem arealet af M.

De to funktioner defineres:

$f(x):=\sqrt{3\cdot x+9}$ ▸ *Udført*

$g(x):=x+3$ ▸ *Udført*

Den øvre og nedre grænse kontrolleres ved at sætte de to funktioner lig hinanden.

$\text{solve}(f(x)=g(x),x)$ ▸ $x=-3$ or $x=0$

Vi ved altså at vi har to grænseværdier på −3 og 0, som bruges når vi integrerer de to funktioner og trækker dem fra hinanden.

$$\int_{-3}^{0} (\mathbf{f}(x)-\mathbf{g}(x))\mathrm{d}x \blacktriangleright \frac{3}{2}$$

Dvs. at arealet af $M=\frac{3}{2}$.

b) Bestem k, så arealerne af M og N er lige store.

k isoleres:

$$\text{solve}\left(\int_{0}^{k} (\mathbf{g}(x)-\mathbf{f}(x))\mathrm{d}x=\frac{3}{2},k\right)|k>0 \blacktriangleright k=\frac{7}{3}$$

Vi kan herved konkludere at $k=\frac{7}{3}$.

Opgave 14

a) Bestem en forskrift for biltætheden N som funktion af tiden t, idet det oplyses, at biltætheden i 1968 var 198.

$$\text{deSolve}(y'=4.\text{E}-4\cdot y\cdot(315-y) \text{ and } y(0)=198,t,y) \blacktriangleright y=\frac{315.\cdot(1.13428)^t}{(1.13428)^t+0.590909}$$

b) Giv ved hjælp af den fundne funktion et skøn over biltætheden i 2008, og kommentér på resultatet. Tiden indsættes i den kendte forskrift:

$$\frac{315.\cdot(1.13428)^{2008-1968}}{(1.13428)^{2008-1968}+0.590909} \blacktriangleright 313.8$$

Afrundet vil biltætheden altså være på 314 biler pr. 1000 indbyggere i 2008.

Opgave 15

a) Benyt modellen til at bestemme vægten af en kylling, der er 30 døgn gammel, og bestem M som funktion af t.

$$\text{solve}\left(\ln(m)=1.6524-4.612\cdot e^{-0.0423\cdot 30},m\right) \blacktriangleright m=1.42748$$

Dvs at kyllinges vægt efter 30 døgn vil være 1.43 kg.

En forskrift for M bestemmes:

$$\text{solve}\left(\ln(m)=1.6524-4.612\cdot e^{-0.0423\cdot t},m\right) \blacktriangleright m=5.21949\cdot(0.009932)^{(0.958582)^t}$$

Opgave 16

a) Opstil en differentilligning, som P må opfylde:

k isoleres:

$\text{solve}(10=k\cdot 100\cdot(2600-100),k) \blacktriangleright k=0.00004$

Differentialligningen som P opfylder er altså:

$$\frac{dP}{dt}=0.00004\cdot P(t)\cdot(2600-P(t))$$

Opgave 17a

a) Bestem S udtrykt ved x, og bestem x, så beholderens overfladeareal bliver mindst mulig. h isoleres: $\text{solve}\left(\frac{1}{3}\cdot x^3+h\cdot x^2=100,h\right) \blacktriangleright h=\frac{-(x^3-300)}{3\cdot x^2}$

Da h er bestemt, kan udtrykket indsættes i det allerede kendte udtryk for S:

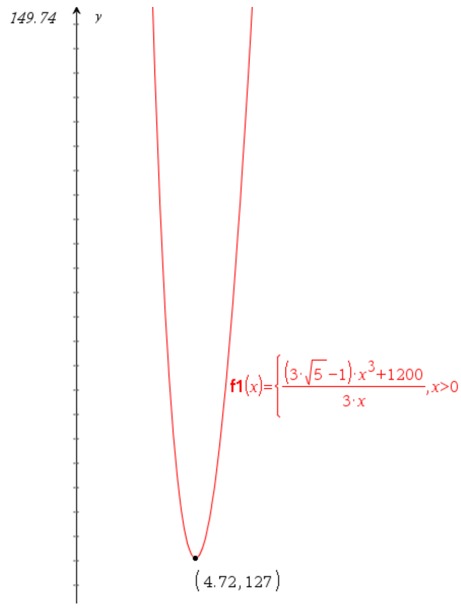
$$S = (1+\sqrt{5})\cdot x^2+4\cdot x\cdot\frac{-(x^3-300)}{3\cdot x^2} \blacktriangleright \frac{(3\cdot\sqrt{5}-1)\cdot x^3+1200}{3\cdot x}$$

S' findes:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{(3\cdot\sqrt{5}-1)\cdot x^3+1200}{3\cdot x}\right) \blacktriangleright \frac{2\cdot((3\cdot\sqrt{5}-1)\cdot x^3-600)}{3\cdot x^2}$$

$$\text{solve}\left(\frac{2\cdot((3\cdot\sqrt{5}-1)\cdot x^3-600)}{3\cdot x^2}=0,x\right) \blacktriangleright x=4.71937$$

Som det ses af det beregnede resultat og grafen finder vi det mindst mulige overfladeareal når $x=4.71937$.



Opgave 17b

a) Undersøg om l er tangent til K.

Hvis linjen l tangerer på kuglen K, må de to have et enkelt fælles punkt.

Derfor indsættes linjens parameterfremstilling i kuglens ligning:

$x^2-4x+y^2+2y+z^2=36$

$\text{solve}\left((-8-5\cdot t)^2-4\cdot(-8-5\cdot t)+(2+7\cdot t)^2+2\cdot(2+7\cdot t)+(-3-3\cdot t)^2-2\cdot(-3-3\cdot t)=36,t\right) \blacktriangleright t=-1$

Når parameterfremstillingen indsættes i ligningen for kuglen, har vi kun ét skæringspunkt, og vi kan derfor konkludere at linjen l er tangent til kuglen K.

TAK TIL JOSEPHINE :-)