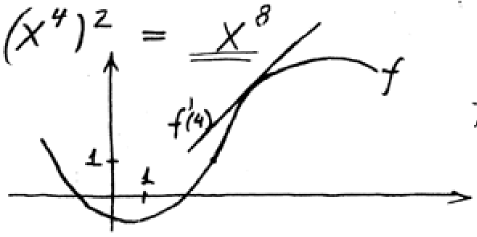
HF Mat B December 2007

Uden hjælpemidler

① $x^{1,5} \cdot x^3 = x^{1+\frac{1}{2}} \cdot x^3 = x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^3 = \sqrt{x}\, x^4$

$(x^4)^2 = x^8$

② 

$f'(4)$ indtegnes og hældningen bestemmes.

$f'(4) = 1$.

③ $\left.\begin{array}{l} f(x) = 4 \cdot a^x \\ f(2) = 100 \end{array}\right\}$ $100 = 4 \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{100}{4} = a^2$

$\Leftrightarrow 25 = a^2 \Leftrightarrow a = \sqrt{25} \Leftrightarrow a = 5$

④ $ax^2 + 4x + 2 = 0$

$d = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 4^2 - 4a \cdot 2 = 16 - 8a$

Een løsning dvs. $d = 0$. Dvs. $16 - 8a = 0 \Leftrightarrow a = 2$

⑤ $g(x)$ differentieres : $g'(x) = 5x^4 + 2$

Dvs. $g(x)$ er ikke en stamfunktion til $f(x)$.

6) 1988 sættes til år 0.

a) a og b bestemmes ved lineær regression.

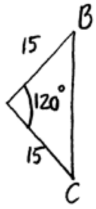
$$\left.\begin{aligned} a &= -15{,}1429 \\ b &= 634{,}143 \end{aligned}\right\} f(x) = -15{,}1429x + 634{,}143$$

a fortæller at elforbruget er faldet med ca. 15 kWh pr. år hvert år siden 1988.

b) $300 = -15{,}1429x + 634{,}143$

$\Updownarrow$ $x = 22{,}066$ dvs. i løbet af år $\underline{\underline{2010}}$ vil det typiske årlige elforbrug være 300 kWh.

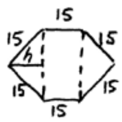
7)



a) Ligebenet trekant. Dvs. at når højden fra A på siden |BC| tegnes da halveres ∠A.

$\frac{1}{2}|BC| = 15 \cdot \sin 60° = 12{,}9904$ dvs. $|BC| = \underline{\underline{26{,}0 \text{ cm}}}$

b)



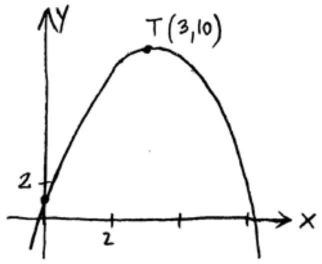
Areal: Først beregnes højden $h = 15 \cdot \cos 60° = 7{,}5$

Dvs. arealet af de to trekanter: $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 7{,}5 \cdot 26{,}0 = 195$

Arealet af rektangel: $15 \cdot 26 = 390$

Samlede areal $390 + 195 = \underline{\underline{585 \text{ cm}^2}}$

8) $f(x) = -x^2 + 6x + 1$



a) Toppkt $\underline{\underline{(3,10)}}$

Rødder $x = -0{,}162278$
$x = 6{,}16228$

b) $f(x) = g(x)$

$\left.\begin{aligned} x &= 1 \\ x &= 3 \end{aligned}\right\}$ Indsættes i enten $f(x)$ eller $g(x)$ hvorved fås koordinatsæt

$\underline{\underline{(1,6)}}$ og $\underline{\underline{(3, 10)}}$

9)

a) Eksponentiel udvikling. $F = 1 + \left(\frac{-0{,}6}{100}\right) = 0{,}994$

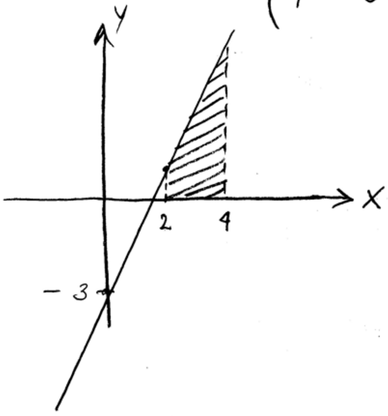
$\underline{\underline{f(x) = 142{,}2 \cdot 0{,}994^x}}$, hvor x betegner antal år efter 2004 og $f(x)$ betegner befolkningstal i mio.

b) 10 % fald svarer til fremskrivningsfaktoren 0,90. Dvs.

$0{,}994^x = 0{,}90 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17{,}51}}$ dvs. efter godt 17 år efter 2004.

(10) $\int_2^4 (2x-3)\,dx = \left[2\,\frac{1}{2}x^2 - 3x\right]_2^4 = \left[x^2-3x\right]_2^4$

$= (4^2-3\cdot4) - (2^2-3\cdot2) = 16-12-4+6 = \underline{\underline{6}}$



Fortolkning:
Tallet 6 angiver arealet af det skraverede areal mellem nedre grænse = 2 og øvre grænse = 4.

(13) $y = k \cdot x^{\frac{1}{3}}$

$\uparrow$ diameter $\quad \uparrow$ energi

a) $1200 = k \cdot 20^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \underline{\underline{k = 442{,}084}}$

$y = 442{,}084 \cdot 4^{\frac{1}{3}} = 701{,}764 \simeq \underline{\underline{702 \text{ meter}}}$

b) $F_x = \sqrt[a]{F_y} = \sqrt[\frac{1}{3}]{1{,}20} = 1{,}728$ dvs. ca. 73%

↳ fremskrivningsfaktoren for det krater der er 20% større end det andet.

Dvs. energien der blev udløst ved det store nedslag var $\underline{\text{ca } 73\%}$ større end energien der blev udløst ved det lille nedslag.

(11) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 \qquad f'(x) = x^2 - 2x$

Vi finder min og max: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0$
Nulreglen dvs: $x = 0$ eller $x = 2$

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	3	0	-1	0	3
	↗		↘		↗

Af pilene ses grafens forløb med lokalt min i $x=2$ og lokalt max i $x=0$.

(12) a) $f(95) = 18273{,}7$ euro $\simeq \underline{18274}$ euro

b) <u>Mindst</u> årlig udgift. OPTIMERING. Vi vil finde minimum.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 40 - \frac{900000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 150$

Tværsnitsareal kan ikke være negativ dvs. $x = +150$.
Er der tale om et minimum?
Ja, af tabellen og pilene til højre ses at det er et minimum for $\underline{\underline{x = 150}}$.

x	100	150	200
$f'(x)$	-50	0	$17{,}5$
	↘		↗